Representemos el crecimiento exponencial

Exploremos el crecimiento exponencial.

3.1 Conversación matemática: Propiedades de los exponentes

Reescribe cada expresión como una potencia de 2.

- $2^3 \cdot 2^4$
- $2^5 \cdot 2$
- $2^{10} \div 2^7$
- $2^9 \div 2$

3.2 ¿Qué significa x^0?

1. Completa la tabla. Aprovecha cualquier patrón que observes y úsalo.

x	4	3	2	1	0
3^x	81	27			

2. Estas son algunas ecuaciones. Encuentra la solución de cada ecuación usando lo que sabes acerca de las propiedades de los exponentes. Prepárate para explicar tu razonamiento.

   a. $9^? \cdot 9^7 = 9^7$

   b. $\frac{9^{12}}{9^?} = 9^{12}$

3. ¿Cuál es el valor de 5^0?, ¿y el de 2^0?

¿Estás listo para más?

Sabemos, por ejemplo, que $(2+3)+5=2+(3+5)$ y que $2 \cdot (3 \cdot 5) = (2 \cdot 3) \cdot 5$. La agrupación con paréntesis no influye en el valor de la expresión.

¿Esto se cumple también para los exponentes? Es decir, ¿son los números $2^{(3^5)}$ y $(2^3)^5$ iguales? Si no, ¿cuál es mayor? ¿Cuál de los dos escogerías como el significado de la expresión sin paréntesis 2^{3^5}?

3.3 Microbios que se multiplican

1. En un laboratorio de biología, 500 bacterias se reproducen por división. Al cabo de cada hora, a la hora en punto, cada bacteria se divide en dos bacterias.

   a. En la tabla, escribe una expresión para encontrar el número de bacterias al cabo de cada hora.

hora	número de bacterias
0	500
1	
2	
3	
6	
t	

   b. Escribe una ecuación que relacione n, el número de bacterias, con t, el número de horas.

   c. Usa tu ecuación para encontrar n cuando t es 0. ¿Qué significa este valor de n en esta situación?

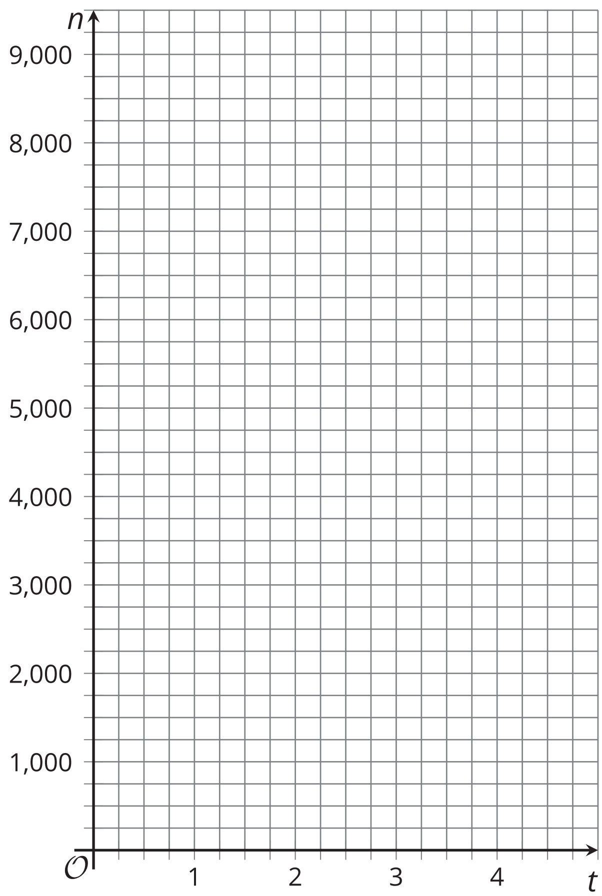
   d. Cuando los valores de una variable se multiplican por el mismo número cada vez que el valor de la otra variable aumenta en 1, a ese multiplicador se le llama factor de crecimiento. ¿Cuál es el **factor de crecimiento** en esta situación?

2. En otro laboratorio de biología, una población de parásitos unicelulares también se reproduce cada hora. Una ecuación que da el número de parásitos, p, al cabo de t horas, es $p = 100 \cdot 3^t$. Explica lo que significan los números 100 y 3 en esta situación.

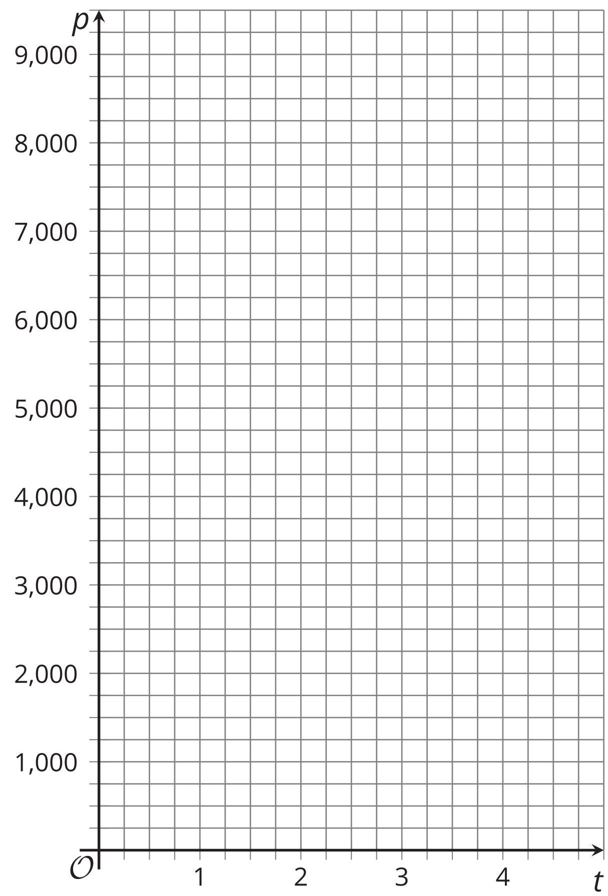
3.4 Grafiquemos cómo se multiplican los microbios

1. Consulta la tabla de la actividad anterior. Usa la información y los planos de coordenadas que se dan para graficar los siguientes puntos:

   a. Marca los puntos (t, n) cuando t es 0, 1, 2, 3 y 4.

   b. Marca los puntos (t, p) cuando t es 0, 1, 2, 3 y 4. (Si tienes dificultades, puedes crear una tabla).

2. En la gráfica de n, ¿dónde puedes ver cada número que aparece en la ecuación?

3. En la gráfica de p, ¿dónde puedes ver cada número que aparece en la ecuación?

Resumen de la lección 3

En las relaciones en las que el cambio es exponencial, una cantidad se multiplica repetidamente por el mismo valor. El multiplicador se llama el **factor de crecimiento**.

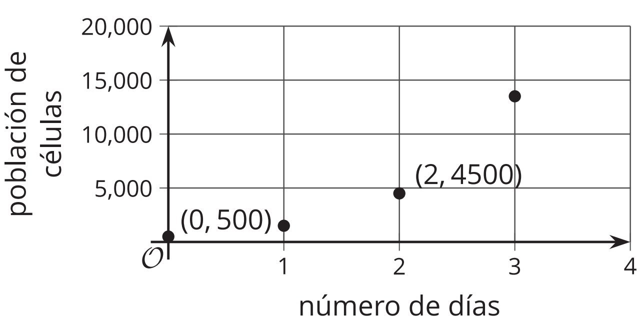
Supongamos que hay una población de 500 células que se triplica cada día. El número de células que hay cada día se puede calcular así:

número de días	número de células
0	500
1	1,500 (o $500 \cdot 3$)
2	4,500 (o $500 \cdot 3 \cdot 3$ o $500 \cdot 3^2$)
3	13,500 (o $500 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ o $500 \cdot 3^3$)
d	$500 \cdot 3^d$

Vemos que el número de células (p) está cambiando exponencialmente y que podemos encontrar p si multiplicamos 500 por 3 tantas veces como el número de días (d) desde que había 500 células. El *factor de crecimiento* es 3. Para modelar esta situación, podemos escribir esta ecuación: $p = 500 \cdot 3^d$.

Esta ecuación se puede usar para encontrar la población que hay en cualquier día, incluido el día 0 en el cual se midió la población por primera vez. En el día 0, la población es $500 \cdot 3^0$. Como $3^0 = 1$, esto es $500 \cdot 1$ o 500.

Esta es una gráfica del número de células que hay cada día. El punto $(0, 500)$ de la gráfica significa que el día 0, la población comienza en 500.



En la gráfica, cada punto está a una altura 3 veces mayor que la altura del punto anterior. $(1, 1500)$ está a una altura 3 veces mayor que $(0, 500)$ y $(2, 4500)$ está a una altura 3 veces mayor que $(1, 1500)$.

