Unidad 7, Lección 7

Soluciones de sistemas de desigualdades lineales en dos variables

Exploremos situaciones en las que dos restricciones, que se pueden expresar usando desigualdades, deben cumplirse simultáneamente.

7.1 Resolvamos un acertijo

Este es un acertijo: “Estoy pensando en dos números que suman 5.678. La diferencia entre ellos es 9.876. ¿Cuáles son los dos números?”.

1. Encuentra una pareja de números que sumen 5.678.
2. Encuentra una pareja de números cuya diferencia sea 9.876.
3. El acertijo se puede representar usando dos ecuaciones. Escribe las ecuaciones.

4. Resuelve el acertijo. Explica o muestra tu razonamiento.

CC BY NC 2024
Illustrative Mathematics®

7.2 Un proyecto de edredones

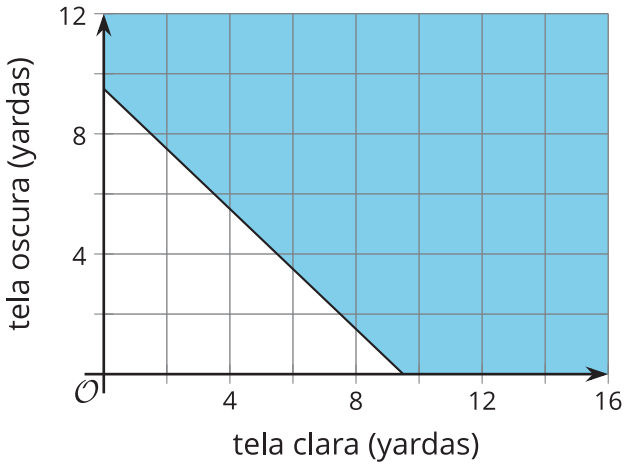
Para hacer un edredón, un artesano compra tela clara y tela oscura. Él necesita al menos 9.5 yardas de tela en total.

Cada yarda de tela clara cuesta $9. Cada yarda de tela oscura cuesta $13. El artesano puede gastar hasta $110 en tela.

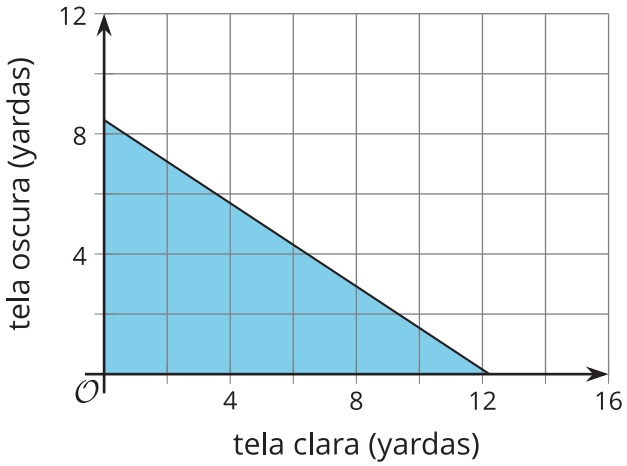


Estas gráficas representan las dos restricciones.

A



B



1. Escribe una desigualdad que represente la restricción sobre la longitud. Llamemos x a la cantidad de yardas de tela clara y llamemos y a la cantidad de yardas de tela oscura.

2. Selecciona **todas** las parejas que satisfacen la restricción sobre la longitud.

   $(5, 5)$ $(2.5, 4.5)$ $(7.5, 3.5)$ $(12, 10)$

3. Escribe una desigualdad que represente la restricción sobre el costo.

4. Selecciona **todas** las parejas que satisfacen la restricción sobre el costo.

   $(1, 1)$ $(4, 5)$ $(8, 3)$ $(10, 1)$

5. Explica por qué $(2, 2)$ satisface la restricción sobre el costo, pero no la restricción sobre la longitud.

6. Encuentra por lo menos una pareja de números que satisface *ambas* restricciones. Prepárate para explicar cómo lo sabes.

7. ¿Qué representa la pareja de números en esta situación?

7.3 ¿Recuerdan estas situaciones?

Estas son situaciones que has visto antes. Responde las preguntas para una de las situaciones.

Donaciones de club

- Un club escolar del medio ambiente recauda dinero durante el año para donarlo a dos causas: una organización nacional que promueve el aire limpio y una organización local sin ánimo de lucro que quiere recuperar un arroyo que pasa enfrente de la escuela. El club planea donar un máximo de $600 para el fin del año: una parte para el aire limpio y otra para el arroyo.
- Cuando se complete la recuperación del arroyo, el nombre de cualquier persona o grupo que haya donado $500 o más será grabado en una placa conmemorativa. La organización nacional que promueve el aire limpio no ofrece ningún beneficio por la donación.

Boletos de concierto

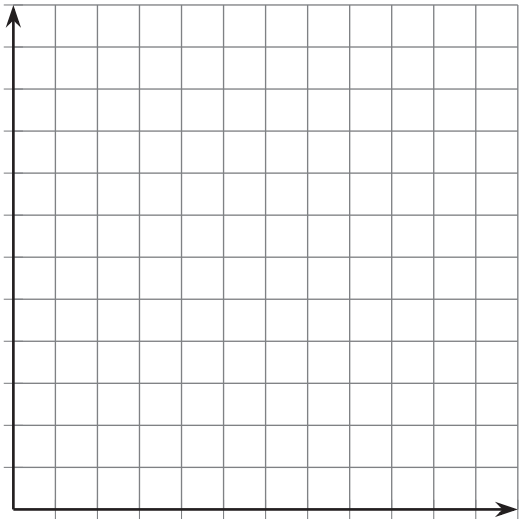
- Se vendieron dos tipos de boletos para un concierto al aire libre: boletos de gramilla (en el césped) y boletos de grada (en la que uno se puede sentar). En total se vendieron menos de 400 boletos.
- Cada boleto de gramilla cuesta $30 y cada boleto de grada cuesta $50. Los organizadores quieren recolectar al menos $14,000 con la venta de boletos.

Paquetes de publicidad

- En una agencia de publicidad ofrecen dos paquetes para empresas pequeñas que necesitan servicios de publicidad. El paquete básico solo incluye los servicios de diseño. El paquete prémium incluye el servicio de diseño y la publicidad. La meta de la agencia es vender al menos 60 paquetes de publicidad en total.
- El paquete básico cuesta $1,000 y el paquete prémium cuesta $2,500. La meta de la agencia es vender más de $60,000 en paquetes de publicidad para pequeñas empresas.

1. Escribe un **sistema de desigualdades** que represente las restricciones. Especifica lo que representa cada variable.

2. Usa tecnología para graficar las desigualdades. Después haz un dibujo de las regiones solución. Marca y agrega escalas a los ejes.



3. Identifica **una solución del sistema**. Explica lo que significan los números en la situación.

7.4 Búsqueda de un tesoro

Los miembros del club de matemáticas de una preparatoria hacen un juego de búsqueda de tesoro. Hay tres objetos escondidos en el parque, que tiene forma de rectángulo y mide 50 metros por 20 metros.

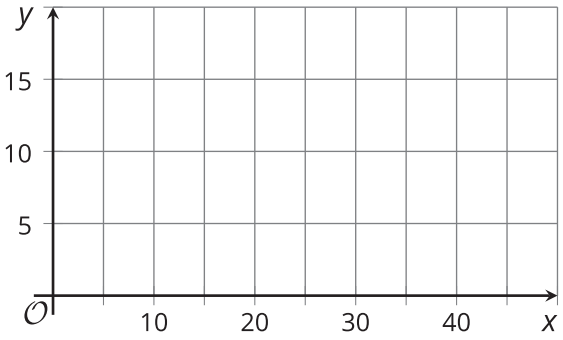
- Las pistas están escritas como sistemas de desigualdades. Uno de los sistemas no tiene solución.
- La ubicación de cada objeto se puede determinar solucionando los sistemas. Se puede usar un plano de coordenadas para describir las soluciones.

¿Puedes encontrar los objetos escondidos? Haz una gráfica para mostrar dónde podría estar cada objeto.

Pista 1:

$y > 14$

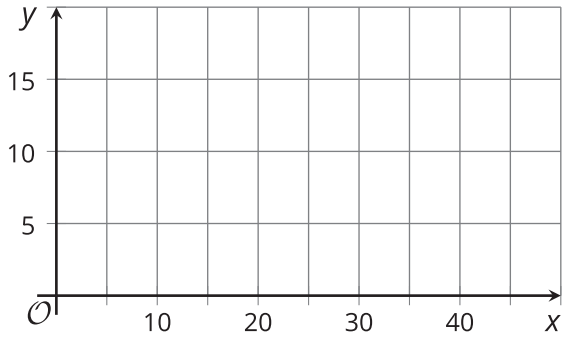
$x < 10$



Pista 2:

$x + y < 20$

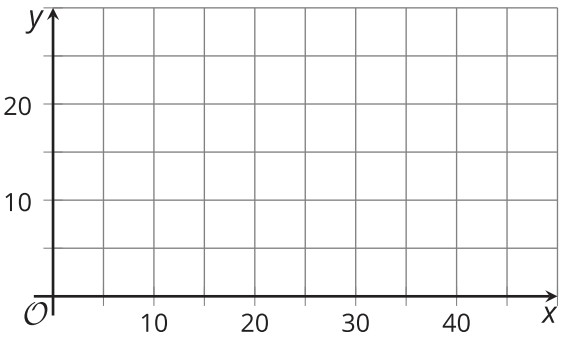
$x > 6$



Pista 3:

$y < -2x + 20$

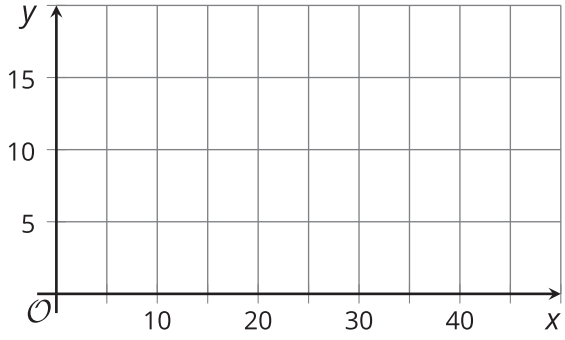
$y < -2x + 10$



Pista 4:

$y \geq x + 10$

$x > y$



¿Estás listo para más?

Dos números no negativos x y y satisfacen $x + y \leq 1$.

1. Sigue usando valores de x y de y que sean mayores o iguales a cero y encuentra una segunda desigualdad para formar un sistema de desigualdades que tenga exactamente una solución.

2. Responde a la pregunta anterior de todas las formas que puedas.

Resumen de la lección 7

En esta lección, dos desigualdades lineales en dos variables representan las restricciones de una situación. Cada par de desigualdades forma un **sistema de desigualdades**.

Una **solución del sistema de desigualdades** es cualquier pareja (x, y) que hace que ambas desigualdades sean verdaderas. Es decir, una solución es una pareja de valores que simultáneamente cumple con ambas restricciones de la situación. A menudo es conveniente representar la solución del sistema con una región en una gráfica.

Supongamos que sabemos dos cosas sobre unos números x y y.

- El valor de uno de los números es mayor que el doble del valor del otro.
- La suma de los dos números es menor que 10.

Podemos representar estas restricciones usando un sistema de desigualdades.

$$\begin{cases} y > 2x \\ x + y < 10 \end{cases}$$

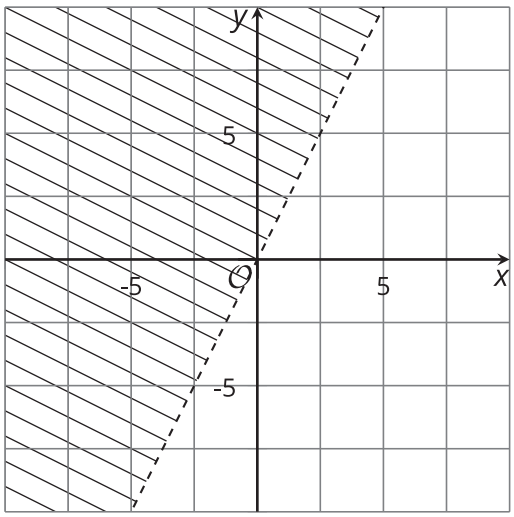
Hay muchas parejas posibles de números que satisfacen la primera restricción, por ejemplo: 1 y 3, o 4 y 9.

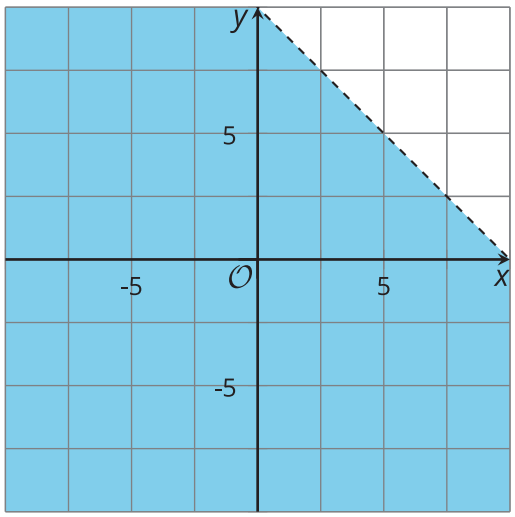
Igualmente, hay muchas parejas posibles de números que satisfacen la segunda restricción, por ejemplo: 1 y 3, o 2.4 y 7.5.

La pareja $x = 1$ y $y = 3$ satisface ambas restricciones, entonces es una solución del sistema.

La pareja $x = 4$ y $y = 9$ satisface la primera restricción pero no satisface la segunda ($9 > 2(4)$ es una afirmación verdadera pero $4 + 9 < 10$ no es verdadera).

Recordemos que hacer gráficas es una excelente forma de mostrar todas las posibles soluciones de una desigualdad. Grafiquemos la región solución de las dos desigualdades.





Como estamos buscando una pareja de números que cumpla con ambas restricciones (que haga que ambas desigualdades sean verdaderas a la vez), debemos encontrar puntos que estén en las regiones solución de ambas desigualdades.

Para hacerlo, podemos graficar ambas regiones solución en el mismo plano de coordenadas.

El conjunto solución del sistema de desigualdades se representa con la región en la que las dos gráficas se sobreponen.

