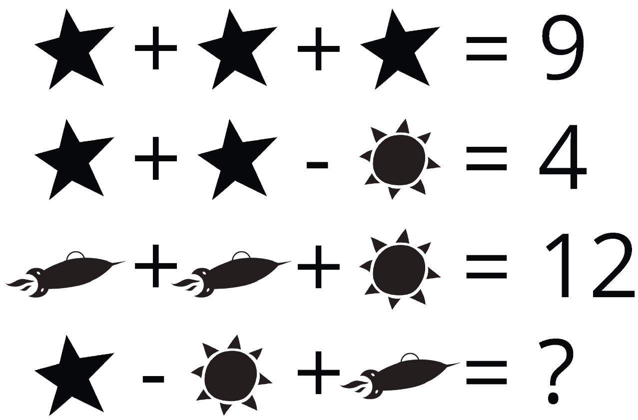
Unidad 4, Lección 13

Solucionemos sistemas con el método de sustitución

Usemos el método de sustitución para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.

13.1 ¿Cuánto cuesta?

Encuentra el valor de la última línea. Prepárate para explicar tu razonamiento.



13.2 Cuatro sistemas

Estos son cuatro sistemas de ecuaciones. Soluciona cada sistema: encuentra primero el valor de una variable, y luego úsalo para encontrar el valor de las demás variables. Después, verifica tus soluciones sustituyéndolas en las ecuaciones originales para ver si las ecuaciones son verdaderas.

A $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ x = \text{-}5 \end{cases}$

B $\begin{cases} y = \text{-}7x + 13 \\ y = \text{-}1 \end{cases}$

C $\begin{cases} 3x = 8 \\ 3x + y = 15 \end{cases}$

D $\begin{cases} y = 2x - 7 \\ 4 + y = 12 \end{cases}$

13.3 ¿Qué tal ahora?

Soluciona cada sistema sin usar gráficas.

$$\begin{cases} a = b + 2 \\ (b+2) + 3 = 2a \end{cases}$$

B $$\begin{cases} p = 2m + 10 \\ 2m - 2p = \text{-}6 \end{cases}$$

C $$\begin{cases} w + \frac{1}{7}z = 4 \\ z = 3w - 2 \end{cases}$$

D $$\begin{cases} 2d = 8f \\ 18 - 4f = 2d \end{cases}$$

E $$\begin{cases} 5x - 2y = 26 \\ y + 4 = x \end{cases}$$

¿Estás listo para más?

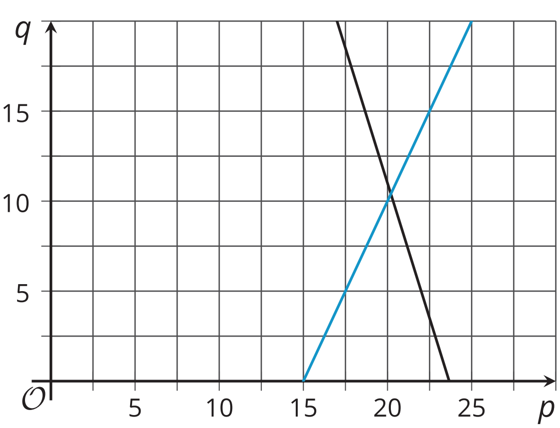
Resuelve este sistema de cuatro ecuaciones: $\begin{cases} 3x + 2y - z + 5w = 20 \\ y = 2z - 3w \\ z = w + 1 \\ 2w = 8 \end{cases}$

Resumen de la lección 13

Por lo general, la solución de un sistema se puede encontrar usando gráficas, pero es posible que la representación gráfica no siempre sea la forma más precisa o eficiente de resolver un sistema.

Este es un sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 3p + q = 71 \\ 2p - q = 30 \end{cases}$$



Las gráficas de las ecuaciones muestran una intersección aproximadamente en 20 para p y aproximadamente en 10 para q.

Sin embargo, sin tecnología, no es fácil saber cuáles son los valores exactos.

En lugar de solucionar el sistema usando gráficas, podemos solucionarlo algebraicamente. Esta es una manera.

Si a la primera ecuación, $3p + q = 71$, le restamos $3p$ a cada lado, obtenemos una ecuación equivalente: $q = 71 - 3p$. Reescribir la ecuación original de esta forma nos ayuda a despejar la variable q.

Como q es igual a $71 - 3p$, en la segunda ecuación podemos reemplazar q por la expresión $71 - 3p$. Esto nos da una ecuación con una sola variable, p, lo que hace posible encontrar p.

$$\begin{aligned} 2p - q &= 30 && \text{ecuación original} \\ 2p - (71 - 3p) &= 30 && \text{reemplazamos } q \text{ por } 71 - 3p \\ 2p - 71 + 3p &= 30 && \text{usamos la propiedad distributiva} \\ 5p - 71 &= 30 && \text{agrupamos términos semejantes} \\ 5p &= 101 && \text{sumamos 71 a ambos lados} \\ p &= \frac{101}{5} && \text{dividimos entre 5 a ambos lados} \\ p &= 20.2 \end{aligned}$$

Ahora que sabemos el valor de p, podemos encontrar el valor de q reemplazando p por 20.2 en cualquiera de las ecuaciones originales y resolviendo la ecuación que resulta.

$$\begin{aligned} 3(20.2) + q &= 71 \\ 60.6 + q &= 71 \\ q &= 71 - 60.6 \\ q &= 10.4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2(20.2) - q &= 30 \\ 40.4 - q &= 30 \\ -q &= 30 - 40.4 \\ -q &= -10.4 \\ q &= \frac{-10.4}{-1} \\ q &= 10.4 \end{aligned}$$

La solución del sistema es el par $p = 20.2$ y $q = 10.4$, o el punto $(20.2, 10.4)$ en la gráfica.

Este método para resolver un sistema de ecuaciones se llama **método de sustitución**, porque sustituimos q por una expresión en la segunda ecuación.

