Escribamos y solucionemos desigualdades en una variable

Resolvamos problemas escribiendo y solucionando desigualdades en una variable.

3.1 Cena para el club de teatro

Kiran planea una cena para los integrantes de su club de teatro. El presupuesto para la cena es de $60.

Kiran piensa comprar comida preparada en un supermercado. La comida preparada se vende por libra, a $5.29 la libra. Él también planea comprar dos botellas grandes de agua con gas que cuestan $2.49 cada una.

1. Representa matemáticamente las restricciones de la situación. Si usas variables, especifica lo que significa cada una.

2. ¿Cuántas libras de comida puede comprar Kiran? Explica o muestra tu razonamiento.

3.2 Gasolina en el tanque

Han va a podar algunos céspedes en su barrio. Su podadora de césped tiene un tanque de combustible de 5 galones, pero Han no está seguro de cuánta gasolina hay en el tanque.

Han sabe que por cada hora que usa su podadora de césped, esta consume 0.4 galones de gasolina.



¿Cuáles son todos los valores posibles de x, el número de horas que Han puede podar sin tener que volver a llenar el tanque de la podadora?

Escribe una o más desigualdades que representen tu respuesta. Prepárate para explicar o mostrar tu razonamiento.

3.3 Diferentes formas de solucionar

Andre y Priya usaron estrategias distintas para solucionar la siguiente desigualdad, pero llegaron a la misma solución.

$$2(2x + 1.5) < 18 - x$$

1. Analiza cada estrategia hasta que puedas explicar lo que cada estudiante hizo.

   Andre

   $$\begin{aligned} 2(2x + 1.5) &= 18 - x \\ 4x + 3 &= 18 - x \\ 4x - 15 &= -x \\ -15 &= -5x \\ 3 &= x \end{aligned}$$

   Reviso para ver si $x = 4$ es una solución:

   $$\begin{aligned} 2(2 \cdot 4 + 1.5) &< 18 - 4 \\ 2(9.5) &< 14 \\ 19 &< 14 \end{aligned}$$

   La desigualdad es falsa, por lo que 4 no es una solución. Si un número mayor que 3 no es una solución, la solución debe ser menor que 3, o $3 > x$.

   Priya

   $$\begin{aligned} 2(2x + 1.5) &= 18 - x \\ 4x + 3 &= 18 - x \\ 5x + 3 &= 18 \\ 5x &= 15 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

   En $4x + 3 = 18 - x$, hay un $4x$ a la izquierda y un $-x$ a la derecha.

   Si x es un número negativo, $4x + 3$ puede ser positivo o negativo, pero $18 - x$ siempre será positivo.

   Para que $4x + 3 < 18 - x$ sea verdadera, x debe ser negativo o x debe ser menor que 3.

2. Considera estas cuatro desigualdades.

   a. $\frac{1}{5}p > -10$.

   b. $4(x + 7) \leq 4(2x + 8)$

   c. $-9n < 36$

   d. $\frac{c}{3} < -2(c - 7)$

   Para cada desigualdad: uno de ustedes debe solucionarla usando la estrategia de Andre (es decir, probar valores a cada lado de la solución correspondiente) mientras la otra persona usa la estrategia de Priya (razonar acerca de las partes de la desigualdad). Intercambien estrategias para solucionar la siguiente desigualdad.

¿Estás listo para más?

Usando enteros positivos entre 1 y 9, y cada entero positivo a lo sumo una vez, completa las dos restricciones de manera que $x = 7$ sea el único entero que cumpla con ambas restricciones al mismo tiempo.

$\square x + \square < \square x + \square$

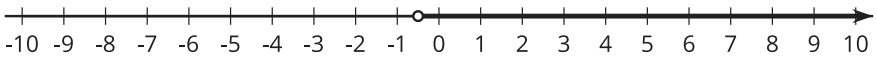
$\square x + \square > \square x + \square$

3.4 Emparejemos desigualdades con sus soluciones

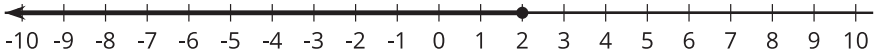
Empareja cada desigualdad con una gráfica que represente su solución. Prepárate para explicar o mostrar tu razonamiento.

1. $6x \leq 3x$
2. $\frac{1}{4}x > -\frac{1}{2}$
3. $5x + 4 \geq 7x$
4. $8x - 2 < -4(x - 1)$
5. $\frac{4x - 1}{3} > -1$
6. $\frac{12}{5} - \frac{x}{5} \leq x$

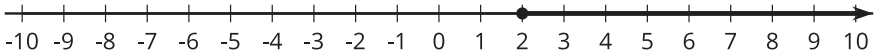
A



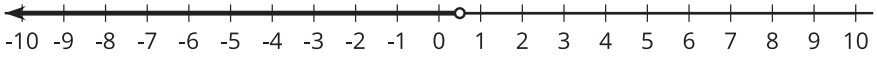
B



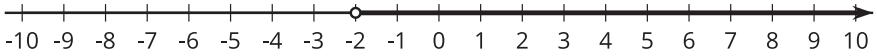
C



D



E



F



Resumen de la lección 3

Escribir y solucionar desigualdades puede ayudarnos a dar sentido a las restricciones de una situación y a resolver problemas. Veamos un ejemplo.

A Clare le gustaría comprar un consola de videojuegos que cuesta \$130 y tener dinero extra para juegos. Ella ya ahorró \$48 y planea ahorrar \$5 de su mesada cada semana. ¿Cuántas semanas, w, pasarán hasta que Clare tenga dinero suficiente para comprar la consola y le quede algo de dinero extra? Para representar las restricciones, podemos escribir $48 + 5w \geq 130$. Razonemos sobre cómo hallar las soluciones:

- Como Clare ya tiene \$48 y necesita \$130 para poder comprar la consola, ella necesita ahorrar al menos \$82 más.
- Si ella ahorra \$5 cada semana, le tomará al menos $\frac{82}{5}$ semanas ahorrar \$82.
- $\frac{82}{5}$ es 16.4. Cualquier periodo de tiempo menor que 16.4 semanas no le permitirá a Clare ahorrar suficiente dinero.
- Suponiendo que Clare ahorra \$5 al final de cada semana (en vez de ahorrar pequeñas cantidades a lo largo de una semana), pasarán por lo menos 17 semanas antes de que ella pueda comprar la consola.

También podemos encontrar una solución escribiendo y solucionando una ecuación relacionada para encontrar el valor extremo de w, y después determinar si las soluciones son menores que ese valor o mayores que ese valor.

$$\begin{aligned} 48 + 5w &= 130 \\ 5w &= 82 \\ w &= \frac{82}{5} \\ w &= 16.4 \end{aligned}$$

- Reemplazar w por 16.4 en la desigualdad original da una afirmación verdadera. (Si $w = 16.4$, obtenemos $130 \geq 130$).
- Reemplazar w por un valor mayor que 16.4 da una afirmación verdadera. (Si $w = 17$, obtenemos $133 \geq 130$).
- Reemplazar w por un valor menor que 16.4 da una afirmación falsa. (Si $w = 16$, obtenemos $128 \geq 130$).
- Por lo tanto, el conjunto solución es $w \geq 16.4$.

A veces la estructura de una desigualdad nos puede ayudar a ver si las soluciones son menores o mayores que un valor extremo. Por ejemplo, para encontrar la solución de $3x > 8x$, podemos resolver la ecuación $3x = 8x$, que tiene solución $x = 0$. En este caso, en vez de ensayar valores a ambos lados del 0, podemos razonar sobre la desigualdad de esta manera:

- Si x es un valor positivo, entonces $3x$ sería menor que $8x$.
- Para que $3x$ sea *mayor* que $8x$, x tiene que ser un valor negativo.
- Para que las soluciones sean valores negativos, estas tienen que ser menores que 0. Entonces el conjunto solución debe ser $x < 0$.