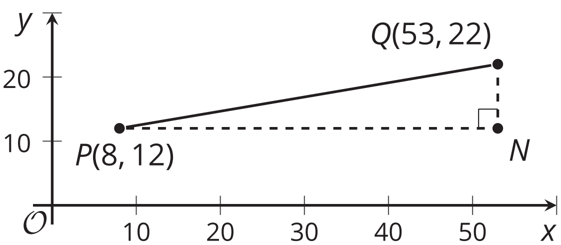
Distancias y triángulos

Construyamos una ecuación de la distancia.

8.1 En camino a la distancia



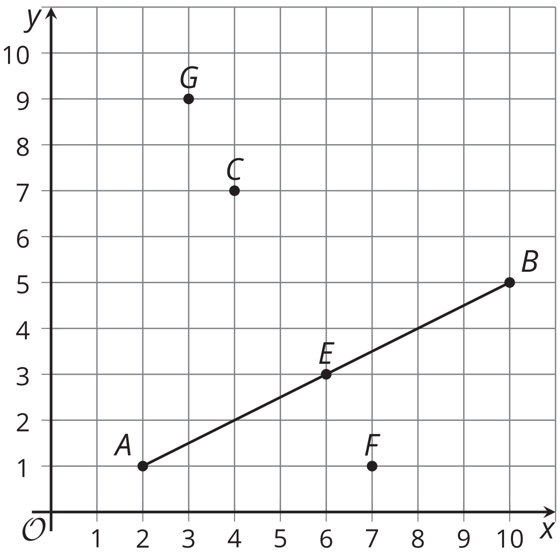
Andre dice: “Sé que puedo dibujar un triángulo rectángulo y usar el teorema de Pitágoras para encontrar la distancia entre dos puntos en el plano. Pero no sé cómo encontrar las longitudes de los catetos del triángulo si no puedo contar las marcas en la gráfica”.

Explícale a Andre cómo puede encontrar las longitudes de los catetos del triángulo de la gráfica. Después, calcula la distancia entre los puntos P y Q.

 CC BY NC 2024
Illustrative Mathematics®

8.2 Un montón de puntos

La figura muestra el segmento AB y varios puntos.



1. Calcula la distancia exacta entre cada punto y cada uno de los extremos del segmento AB.

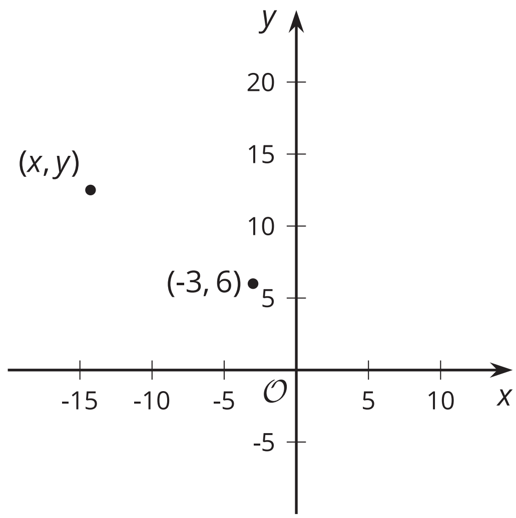
	punto A	punto B
punto G		
punto C		
punto E		
punto F		

2. Calcula las pendientes de los segmentos de recta AB y FG.

3. ¿Qué observas acerca de las distancias entre los puntos y las pendientes de los segmentos de recta? ¿Qué te dice esto acerca de los puntos G, C, E y F?

8.3 Construyamos una ecuación de la distancia

En el plano hay un punto en $(-3, 6)$ y un punto en (x, y).



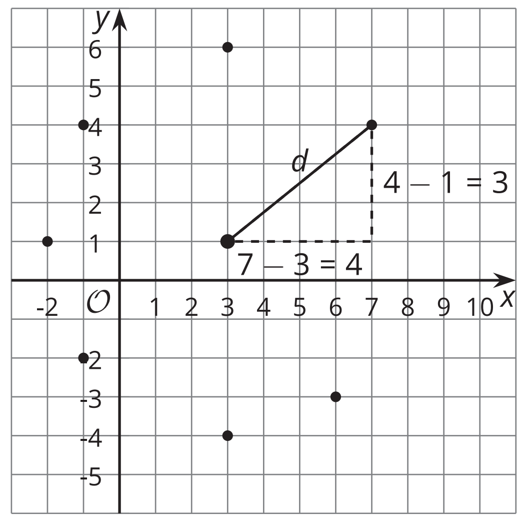
1. Escribe una ecuación que te permita saber si un punto (x, y) cualquiera está a 13 unidades de distancia de $(-3, 6)$.

2. Usa tu ecuación para comprobar si $(9, 1)$ está a 13 unidades de distancia de $(-3, 6)$.

3. Supón que tienes un punto (h, k) y una distancia d. Escribe una ecuación que te permita comprobar si un punto (x, y) cualquiera está a d unidades de (h, k).

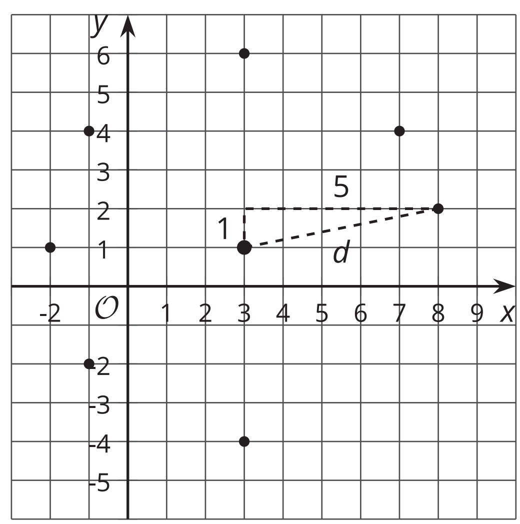
Resumen de la lección 8

El diagrama muestra el punto $(3, 1)$ y varios puntos que están a 5 unidades de distancia de este. En algunos casos es fácil ver a qué distancia están los puntos de $(3, 1)$. Por ejemplo, si contamos o restamos, nos damos cuenta de que $(-2, 1)$, $(3, 6)$ y $(3, -4)$ están todos a 5 unidades de distancia de $(3, 1)$.



En otros casos tenemos que calcular la distancia. Consideremos el punto $(7, 4)$. Para calcular la distancia de $(7, 4)$ a $(3, 1)$, podemos representar la distancia con una d y usar el teorema de Pitágoras: $(7-3)^2+(4-1)^2=d^2$. Al evaluar el lado izquierdo de la ecuación, obtenemos $25=d^2$. Es decir, d es el número positivo que elevado al cuadrado da 25. Esto significa que $(7, 4)$ sí está a 5 unidades de distancia de $(3, 1)$.

El punto $(8, 2)$ también parece que podría estar a 5 unidades de distancia de $(3, 1)$. Para encontrar su distancia a $(3, 1)$, hacemos un cálculo parecido: $(8-3)^2+(2-1)^2=d^2$. Al evaluar el lado izquierdo, obtenemos $26=d^2$. Esto significa que d debe ser un poco mayor que 5. Por lo tanto, $(8, 2)$ no está exactamente a 5 unidades de distancia de $(3, 1)$.



Para comprobar si un punto (x, y) cualquiera está a 5 unidades de distancia del punto $(3, 1)$, podemos usar el teorema de Pitágoras y ver si $(x-3)^2+(y-1)^2$ es igual a 5^2, es decir, 25.

Con el mismo razonamiento, podemos usar la ecuación $(x-h)^2+(y-k)^2=d^2$ para saber si la distancia entre dos puntos cualesquiera, (x, y) y (h, k), es igual a d. Al despejar d, obtenemos lo que a veces llamamos la *fórmula de la distancia*: $d=\sqrt{(x-h)^2+(y-k)^2}$