Unidad 4, Lección 10

Relacionemos ecuaciones y gráficas (parte 1)

Investiguemos lo que las gráficas nos pueden decir acerca de las ecuaciones y las relaciones que ellas representan.

10.1 Juegos y atracciones

Jada tiene \$20 para gastar en juegos y atracciones en una feria. Los juegos cuestan \$1 cada uno y las atracciones cuestan \$2 cada una.

1. ¿Cuál ecuación representa la relación entre el número de juegos que Jada podría jugar, x, y el número de atracciones, y, que Jada podría pagar si gastara todo su dinero?

   A: $x + y = 20$ B: $2x + y = 20$ C: $x + 2y = 20$

2. Explica qué puede significar cada una de las otras dos ecuaciones en esta situación.

10.2 Grafiquemos juegos y atracciones

Estas son tres ecuaciones. Cada una representa la relación entre el número de juegos, x, el número de atracciones, y, y la cantidad de dólares que un estudiante gasta en juegos y atracciones en un parque de diversiones diferente.

Ecuación 1: $x + y = 20$

Ecuación 2: $2.50x + y = 15$

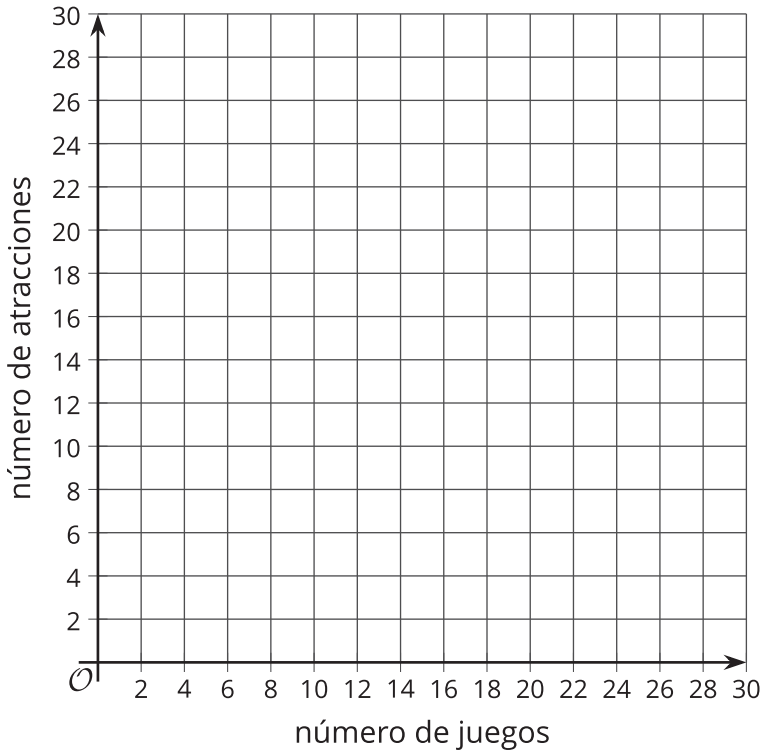
Ecuación 3: $x + 4y = 28$



Tu profesor te asignará (o te pedirá que escojas) 1 o 2 ecuaciones. Para cada ecuación que te asigne (o que escojas), responde las preguntas.

Primera ecuación asignada (o escogida): _____

1. ¿Cuál es el número de atracciones a las que el estudiante podría subirse si este estudiante no juega ningún juego? En el plano de coordenadas, marca el punto que representa esta situación y escribe al lado sus coordenadas.
2. ¿Cuál es el número de juegos que el estudiante podría jugar si este estudiante no se sube a ninguna atracción? En el plano de coordenadas, marca el punto que representa esta situación y escribe al lado sus coordenadas.



3. Dibuja una recta que una los dos puntos que dibujaste.
4. Completa las oraciones: "Si el estudiante no juega ningún juego, el estudiante puede subir a _____ atracciones. Por cada juego adicional que el estudiante juega, x, el número de atracciones a las que se puede subir, y, _____ (aumenta o disminuye) en _____".
5. ¿Cuál es la pendiente de tu gráfica? ¿En dónde se interseca la gráfica con el eje vertical?

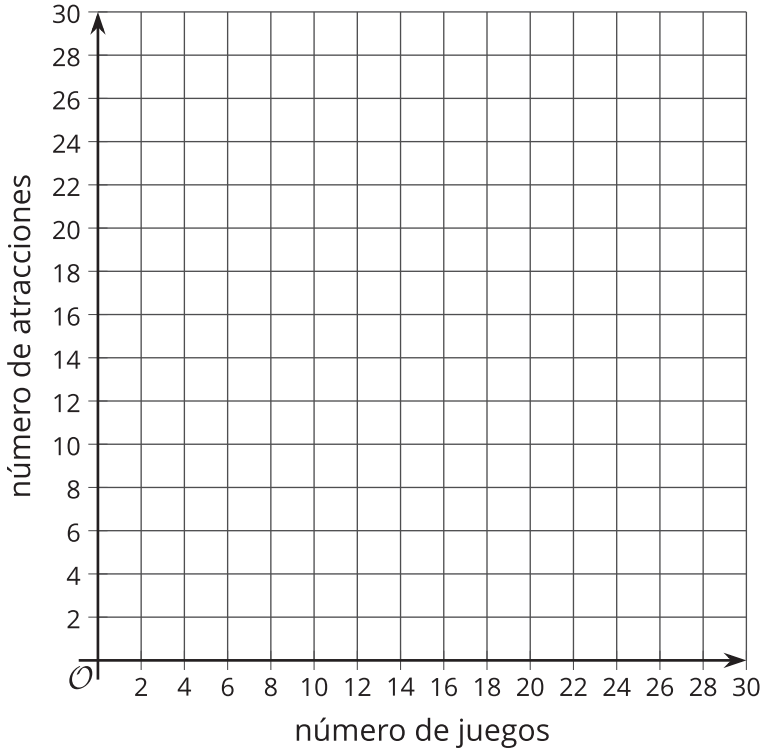
6. Reorganiza la ecuación para despejar y.

7. ¿Qué relaciones, si las hay, observas entre tu ecuación nueva y la gráfica?

CC BY NC 2024
Illustrative Mathematics®

Segunda ecuación asignada (o escogida): _____

1. ¿Cuál es el número de atracciones a las que el estudiante podría subirse si este estudiante no juega ningún juego? En el plano de coordenadas, marca el punto que representa esta situación y escribe al lado sus coordenadas.
2. ¿Cuál es el número de juegos que el estudiante podría jugar si este estudiante no se sube a ninguna atracción? En el plano de coordenadas, marca el punto que representa esta situación y escribe al lado sus coordenadas.

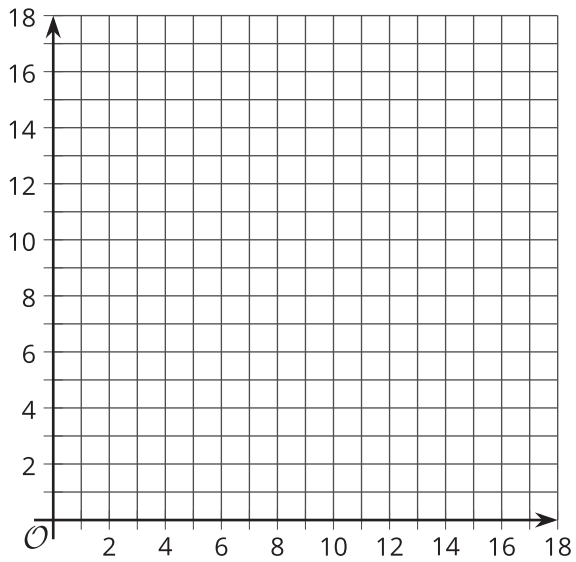


3. Dibuja una recta que una los dos puntos que dibujaste.
4. Completa las oraciones: "Si el estudiante no juega ningún juego, el estudiante se puede subir a _____ atracciones. Por cada juego adicional que el estudiante juega, x, el número de atracciones a las que se puede subir, y, _____ (aumenta o disminuye) en _____".
5. ¿Cuál es la pendiente de tu gráfica? ¿En dónde se interseca la gráfica con el eje vertical?
6. Reorganiza la ecuación para despejar y.
7. ¿Qué relaciones, si las hay, observas entre tu ecuación nueva y la gráfica?

10.3 Monedas de cinco centavos y monedas de diez centavos

En el tarro de Andre hay 85 centavos. En el tarro no hay monedas de veinticinco centavos ni de un centavo, así que en el tarro hay solo monedas de cinco centavos, o solo monedas de diez centavos o algunas de cada una.

1. Escribe una ecuación que relacione el número de monedas de cinco centavos, n, el número de monedas de diez centavos, d, y la cantidad de dinero, en centavos, que hay en el tarro.



2. Grafica tu ecuación en el plano de coordenadas. Asegúrate de marcar los ejes.
3. ¿Cuántas monedas de cinco centavos hay en el tarro si no hay monedas de diez centavos?

4. ¿Cuántas monedas de diez centavos hay en el tarro si no hay monedas de cinco centavos?

¿Estás listo para más?

Si el tarro también tuviera monedas de veinticinco centavos, ¿cuáles son todas las formas diferentes en las que el tarro podría tener 85 centavos?

Resumen de la lección 10

Las ecuaciones lineales se pueden escribir de diferentes formas. Algunas formas nos permiten ver mejor la relación entre las cantidades o predecir cómo será la gráfica de la ecuación.

Supongamos que una persona desea recorrer 7,000 metros en un día corriendo y nadando. La persona corre a una velocidad de 130 metros por cada minuto y nada a una velocidad de 54 metros por cada minuto.

Llamemos x al número de minutos que corre y y al número de minutos que nada. Para representar la combinación de correr y nadar que le permitiría a la persona recorrer 7,000 metros, podemos escribir:

$$130x + 54y = 7,000$$

Podemos pensar que cuantos más minutos corre, menos minutos tiene que nadar para cumplir su objetivo. En otras palabras, a medida que x aumenta, y disminuye. Si graficamos la ecuación, la recta se inclinará hacia abajo de izquierda a derecha.

Si la persona solo corre y no nada, ¿cuántos minutos tendría que correr?

Reemplacemos y por 0 para encontrar x:

$$\begin{aligned} 130x + 54(0) &= 7,000 \\ 130x &= 7,000 \\ x &= \frac{7,000}{130} \\ x &= 53.85 \end{aligned}$$

En una gráfica, esta combinación de tiempos es el punto $(53.85, 0)$, que es la intersección con el eje x.

Si la persona solo nada y no corre, ¿cuántos minutos tendría que nadar?

Reemplacemos x por 0 para encontrar y:

$$\begin{aligned} 130(0) + 54y &= 7,000 \\ 54y &= 7,000 \\ y &= \frac{7,000}{54} \\ y &= 129.63 \end{aligned}$$

En una gráfica, esta combinación de tiempos es el punto $(0, 129.63)$, que es la intersección con el eje y.

Para determinar cuántos minutos la persona necesitaría nadar después de correr durante 15 minutos, 20 minutos o 30 minutos, se reemplaza x por cada uno de estos valores en la ecuación y se encuentra y. O primero se despeja y en la ecuación:

$$\begin{aligned} 130x + 54y &= 7,000 \\ 54y &= 7,000 - 130x \\ y &= \frac{7,000 - 130x}{54} \\ y &= 129.63 - 2.41x \end{aligned}$$

Observa que $y = 129.63 - 2.41x$ o $y = \text{-}2.41x + 129.63$, están escritas en la forma pendiente-punto de intersección.

- El coeficiente de x, -2.41, es la pendiente de la gráfica. Esto significa que a medida que x aumenta en 1, y disminuye en 2.41. Por cada minuto adicional que corre, la persona puede nadar 2.41 minutos menos.
- El término constante, 129.63, nos dice en dónde la gráfica se interseca con el eje y. Nos dice el número de minutos que la persona necesitaría nadar si no corre.

La primera ecuación que escribimos, $130x + 54y = 7{,}000$, es una ecuación lineal en la forma estándar. En general, se expresa como $Ax + By = C$, donde x y y son variables, y A, B y C son números.

Las dos ecuaciones, $130x + 54y = 7{,}000$ y $y = \text{-}2.41x + 129.63$, son equivalentes y, por lo tanto, tienen las mismas soluciones y la misma gráfica.

