Unidad 7, Lección 2

Soluciones de desigualdades en una variable

Encontremos e interpretemos soluciones de desigualdades en una variable.

2.1 Encontremos un valor, cualquier valor

1. Escribe algunas soluciones de la desigualdad $y \leq 9.2$. Prepárate para explicar qué hace que un valor sea una solución de esta desigualdad.

2. Escribe una solución de la desigualdad $7(3 - x) > 14$. Prepárate para explicar tu razonamiento.

2.2 Vamos a una huerta

Una profesora escoge entre dos opciones para una excursión escolar a una huerta.

- En la huerta A, la entrada cuesta $9 por persona y se necesitan 3 acompañantes.
- En la huerta B, la entrada cuesta $10 por persona y solo se necesita 1 acompañante.
- En ambas huertas la entrada cuesta lo mismo para acompañantes que para estudiantes.



1. Determina en cuál huerta el costo de la excursión es menor si la clase tiene:

   a. 8 estudiantes
   b. 12 estudiantes
   c. 30 estudiantes

2. Para comparar el costo de las dos opciones, la profesora primero escribe la ecuación $9(n+3) = 10(n+1)$. Después, ella escribe la desigualdad $9(n+3) < 10(n+1)$.

   a. ¿Qué representa la n en la ecuación y en la desigualdad?

   b. En esta situación, ¿qué significa la ecuación $9(n+3) = 10(n+1)$?

   c. ¿Qué nos dice la solución de la desigualdad $9(n+3) < 10(n+1)$?

   d. Grafica la solución de la desigualdad en la recta numérica. Prepárate para mostrar o explicar tu razonamiento.

2.3 Trabajo de medio tiempo

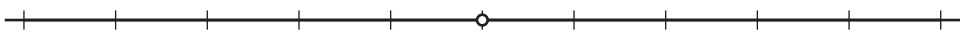
Para pagar el costo de su matrícula, un estudiante universitario planea trabajar por las noches y durante los fines de semana. Le ofrecieron dos empleos de medio tiempo: trabajar en la oficina de servicios para huéspedes en un hotel y ser mesero en un restaurante famoso.

- En el trabajo del hotel le pagan $18 la hora y le ofrecen $33 de subsidio de transporte al mes.
- En el trabajo del restaurante le pagan $7.50 la hora más propinas. Por lo general, el equipo completo de meseros recolecta aproximadamente $50 en propinas cada hora. Las propinas se dividen equitativamente entre los 4 meseros que comparten un turno.

1. La ecuación $7.50h + \frac{50}{4}h = 18h + 33$ representa una posible restricción de la situación.

   a. Soluciona la ecuación y verifica tu solución.

   b. Esta es una recta numérica.

   Agrega una escala a la recta numérica para que el punto marcado con un círculo represente la solución de la ecuación.

2. Descifra si en un empleo pagan mejor que en el otro si:

   a. El estudiante trabaja menos horas que las de la solución de la ecuación que encontraste. De ser así, ¿en cuál empleo pagan mejor?

   b. El estudiante trabaja más horas que las de la solución de la ecuación que encontraste. De ser así, ¿en cuál empleo pagan mejor?

Prepárate para explicar o mostrar cómo lo sabes.

3. Estas son dos desigualdades y dos gráficas que representan las soluciones de las desigualdades.
   - Desigualdad 1: $7.50h + \frac{50}{4}h < 18h + 33$
   - Desigualdad 2: $7.50h + \frac{50}{4}h > 18h + 33$

A



B



a. Agrega la misma escala a cada recta numérica para que el círculo represente el número de horas que encontraste antes.

b. Empareja cada desigualdad con la gráfica que muestra su solución. Prepárate para explicar o mostrar cómo lo sabes.

2.4 Igualdad y desigualdad

1. Soluciona esta ecuación y revisa tu solución: $-\frac{4(x+3)}{5} = 4x - 12$.

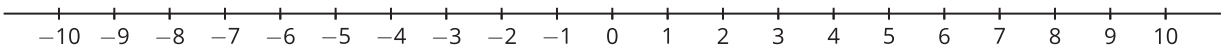
2. Considera la desigualdad $-\frac{4(x+3)}{5} \leq 4x - 12$.

   a. Escoge dos valores de x menores que 2. ¿Son soluciones de la desigualdad?

   b. Escoge dos valores de x mayores que 2. ¿Son soluciones de la desigualdad?

   c. Supón que el valor de x es 2. ¿Es una solución?

   d. Grafica la solución de la desigualdad en la recta numérica.



¿Estás listo para más?

Este es otro tipo de desigualdad: $x^2 \leq 4$.

1. ¿Es 1 una solución de la desigualdad? ¿Es 3 una solución? ¿Lo es -3?
2. Describe todas las soluciones de esta desigualdad. (Si quieres, puedes graficar las soluciones en la recta numérica).
3. Describe todas las soluciones de la desigualdad $x^2 \geq 9$. Ensaya varios números para estar seguro de que tu respuesta es correcta.

2.5 ¿Más o menos?

Considera la desigualdad $-\frac{1}{2}x + 6 < 4x - 3$. Conozcamos otra manera de encontrar sus soluciones.

1. Usa tecnología para graficar $y = -\frac{1}{2}x + 6$ y $y = 4x - 3$ en el mismo plano de coordenadas.
2. Usa tus gráficas para responder las siguientes preguntas:
   a. ¿Cuáles son los valores de $-\frac{1}{2}x + 6$ y de $4x - 3$ cuando x es 1?

   b. ¿Qué valor de x hace que $-\frac{1}{2}x + 6$ sea igual a $4x - 3$?

   c. ¿Para qué valores de x es $-\frac{1}{2}x + 6$ menor que $4x - 3$?

   d. ¿Para qué valores de x es $-\frac{1}{2}x + 6$ mayor que $4x - 3$?

3. ¿Cuál es la solución de la desigualdad $-\frac{1}{2}x + 6 < 4x - 3$? Prepárate para explicar cómo lo sabes.

Resumen de la lección 2

La ecuación $\frac{1}{2}t = 10$ es una ecuación en una variable. Su solución es cualquier valor de t que hace que la ecuación sea verdadera. Solo $t = 20$ cumple con ese requisito, así que 20 es la única solución.

La desigualdad $\frac{1}{2}t > 10$ es una desigualdad en una variable. Cualquier valor de t que hace que la desigualdad sea verdadera es una solución. Por ejemplo, 30 y 48 son ambas soluciones porque cuando reemplazamos t por estos valores se obtienen desigualdades verdaderas. $\frac{1}{2}(30) > 10$ es verdadera, así como lo es $\frac{1}{2}(48) > 10$. Como la desigualdad tiene un rango de valores que la hacen verdadera, a veces nos referimos a *todas* las soluciones como el *conjunto solución*.

Una forma de encontrar las soluciones de una desigualdad es razonando directamente. Por ejemplo, para encontrar la solución de $2p < 8$, podemos razonar así: si 2 veces un valor es menor que 8, entonces ese valor tiene que ser menor que 4. Es decir, las soluciones de $2p < 8$ son los valores de p que son menores que 4.

Otra forma de encontrar las soluciones de $2p < 8$ es solucionando la ecuación relacionada $2p = 8$. En este caso, si se divide cada lado de la ecuación entre 2, se obtiene $p = 4$. Este punto, en donde p es 4, es el *extremo* de la solución de la desigualdad.

Para descubrir el rango de valores que hace que la desigualdad sea verdadera, podemos reemplazar p por valores menores que 4 y valores mayores que 4 en la desigualdad y revisar cuáles hacen que la desigualdad sea verdadera.

Ensayemos con algunos valores menores que 4:

- Si $p = 3$, la desigualdad es $2(3) < 8$ o $6 < 8$, que es verdadera.
- Si $p = \text{-}1$, la desigualdad es $2(\text{-}1) < 8$ o $\text{-}2 < 8$, que también es verdadera.

Ensayemos con algunos valores mayores que 4:

- Si $p = 5$, la desigualdad es $2(5) < 8$ o $10 < 8$, que es falsa.
- Si $p = 12$, la desigualdad es $2(12) < 8$ o $24 < 8$, que también es falsa.

En general, la desigualdad es falsa cuando p es mayor o igual a 4 y verdadera cuando p es menor que 4.

Podemos representar el conjunto solución de una desigualdad escribiendo una desigualdad, $p < 4$, o graficando en una recta numérica. El rayo que apunta hacia la izquierda representa todos los valores que son menores que 4.

