Unidad 9, Lección 4

Representemos el decaimiento exponencial

Pensemos en cómo mostrar y hablar del decaimiento exponencial.

4.1 Otras dos tablas

Usa los patrones que observes para completar las tablas. Muestra tu razonamiento.

Tabla A

x	0	1	2	3	4	25
y	2.5	10	17.5	25		

Tabla B

x	0	1	2	3	4	25
y	2.5	10	40	160		

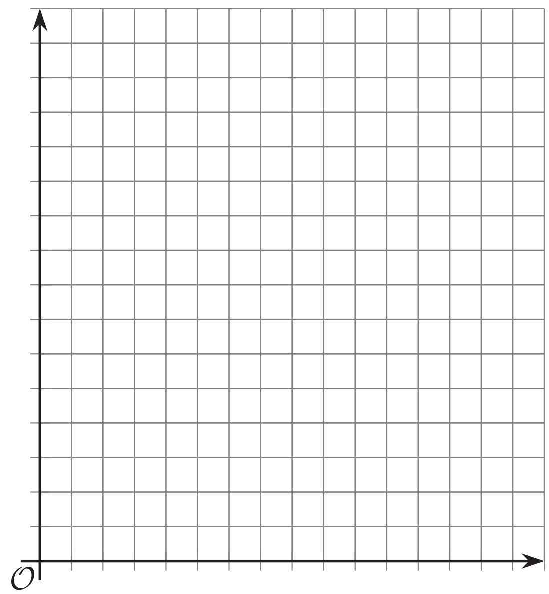
4.2 La proliferación de algas

Unos científicos usan algunos productos de tratamiento para controlar la proliferación de algas en un lago.

Una vez inicia el tratamiento, el área A, en yardas cuadradas, que está cubierta de algas, está dada por la ecuación $A = 240 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^t$. El tiempo, t, se mide en semanas.

1. En la ecuación, ¿qué nos dice el 240 acerca de las algas? ¿Qué nos dice el $\frac{1}{3}$?

2. Crea una gráfica que represente $A = 240 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^t$ cuando t es 0, 1, 2, 3 y 4. Piensa detenidamente cómo elegir la escala para los ejes. Si tienes dificultades, puedes crear una tabla de valores.



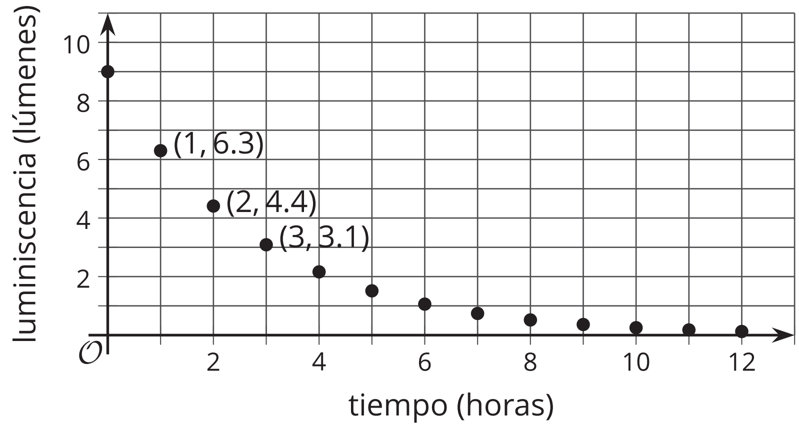
3. ¿Aproximadamente cuántas yardas cuadradas estarán cubiertas de algas al cabo de 2.5 semanas? Explica tu razonamiento.

¿Estás listo para más?

Los científicos estiman que para evitar una futura proliferación de algas después de terminar con el tratamiento, se debe lograr que el área cubierta de algas sea menor que un pie cuadrado. ¿Cuántas semanas debe durar el tratamiento para conseguir esto?

4.3 Luminiscencia de una barra luminosa

Cuando una barra luminosa comienza a brillar, puede hacerlo durante horas. La gráfica muestra la luminiscencia, en lúmenes, de una barra luminosa a lo largo del tiempo, en horas.



1. Los científicos descubrieron que la luminiscencia de la barra luminosa decrece exponencialmente. ¿Cómo puedes comprobar si la gráfica respalda la afirmación de los científicos?

2. ¿Cuánto menos brillante es la barra luminosa después de la primera hora? ¿Esta cantidad es qué fracción de la luminiscencia original?

3. ¿Cuánto menos brillante es la barra luminosa después de la segunda hora? ¿Esta cantidad es qué fracción de la luminiscencia que tenía 1 hora antes?

4. ¿Qué fracción de luminiscencia queda al final de cada hora que pasa? Explica tu razonamiento.

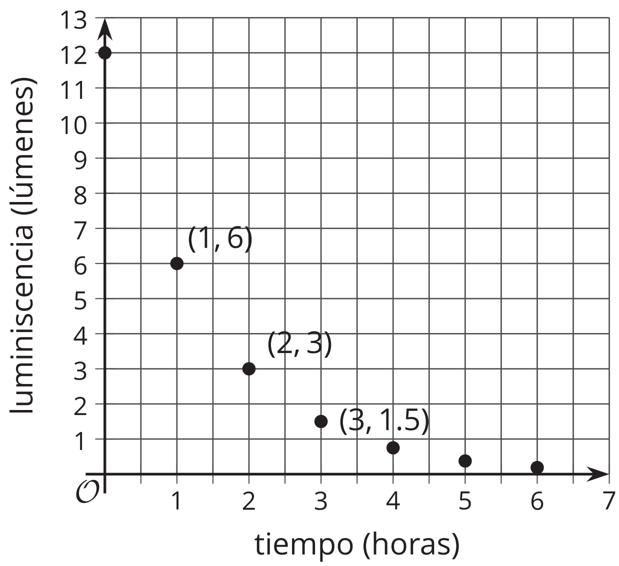
5. Completa la tabla para mostrar la luminiscencia prevista 4 y 5 horas después de que la barra comenzó a brillar.

tiempo después de empezar a brillar (horas)	0	1	2	3	4	5
luminiscencia (lúmenes)	9	6.3	4.4	3.1		

6. Describe cómo encontrarías cuántos lúmenes produce la barra luminosa al cabo de 10 horas y, en general, al cabo de h horas.

Resumen de la lección 4

Esta gráfica muestra la luminiscencia de una pintura que brilla en la oscuridad, medida en lúmenes, durante un periodo de tiempo, medido en horas. La luminiscencia de esta pintura se puede modelar con una función exponencial.



Observa que las cantidades decrecen a lo largo del tiempo. La gráfica incluye el punto $(0, 12)$. Esto significa que cuando la pintura empezó a brillar, su luminiscencia era 12 lúmenes. El punto $(1, 6)$ nos dice que su luminiscencia era 6 lúmenes 1 hora después. La luminiscencia pasa a ser menor que 1 lumen entre 3 y 4 horas después de que la pintura comenzó a brillar.

Podemos usar la gráfica para encontrar la fracción de luminiscencia que queda cada hora. Observa que $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ y $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. Cada hora que pasa, la luminiscencia que queda se multiplica por un factor de $\frac{1}{2}$.

Si y es la luminiscencia, en lúmenes, y t es el tiempo, en horas, entonces esta situación se modela con la ecuación:

$$y = 12 \cdot (\tfrac{1}{2})^t$$

Podemos confirmar que los datos están cambiando exponencialmente porque se multiplican por el mismo valor cada vez. Cuando el factor de crecimiento está entre 0 y 1, la cantidad que se multiplica decrece. Esto suele llamarse “decaimiento exponencial”, y el factor de crecimiento puede llamarse un “factor de decaimiento”.

