Razonemos acerca de gráficas exponenciales (parte 1)

Estudiemos y comparemos ecuaciones y gráficas de funciones exponenciales.

12.1 Gasto del dinero de regalo

Jada recibió $180 como regalo. Durante la primera semana, ella gastó una tercera parte del dinero. A partir de ese momento, Jada continúa gastando cada semana un tercio del dinero que le queda. ¿Cuál ecuación representa mejor la cantidad de dinero que tiene, g, en dólares, al cabo de t semanas? Prepárate para explicar tu razonamiento.

A. $g = 180 - \frac{1}{3}t$

B. $g = 180 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^t$

C. $g = \frac{1}{3} \cdot 180^t$

D. $g = 180 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^t$

12.2 Ecuaciones y sus gráficas

1. Las funciones f, g, h y j representan cada una la cantidad de dinero en una cuenta bancaria, en dólares, como función del tiempo x, en años. Cada una está escrita en la forma $m(x) = a \cdot b^x$.

$$f(x) = 50 \cdot 2^x$$

$$g(x) = 50 \cdot 3^x$$

$$h(x) = 50 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x$$

$$j(x) = 50 \cdot (0.5)^x$$

   a. Usa tecnología para graficar las funciones en el mismo plano de coordenadas.

   b. A partir de tus gráficas, explica cómo cambia la gráfica de $m(x) = a \cdot b^x$ al cambiar el valor de b.

2. Estas ecuaciones definen las funciones p, q y r. También están escritas en la forma $m(x) = a \cdot b^x$.

$$p(x) = 10 \cdot 4^x$$

$$q(x) = 40 \cdot 4^x$$

$$r(x) = 100 \cdot 4^x$$

   a. Usa tecnología para graficar las funciones y para cambiar la cuenta que escogiste (si es necesario).

   b. A partir de tus gráficas, explica cómo cambia la gráfica de $m(x) = a \cdot b^x$ al cambiar el valor de a.

¿Estás listo para más?

Considera unas cuentas bancarias que tienen saldos dados por las siguientes funciones:

$$f(x) = 10 \cdot 3^x \qquad g(x) = 3^{x+2} \qquad h(x) = \frac{1}{2} \cdot 3^{x+3}$$

¿Cuál función escogerías? ¿Tu elección depende de x?

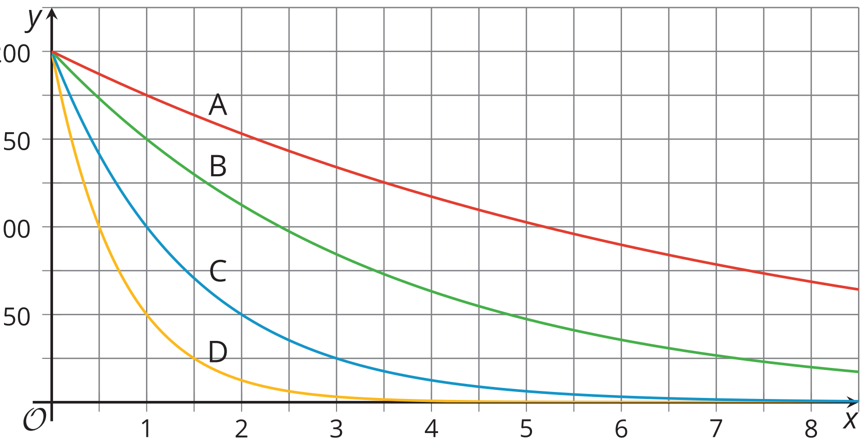
12.3 Gráficas que representan decaimiento exponencial

$$m(x) = 200 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x$$

$$n(x) = 200 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$p(x) = 200 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^x$$

$$q(x) = 200 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^x$$



1. Empareja cada ecuación con una gráfica. Prepárate para explicar tu razonamiento.
2. Las funciones f y g están definidas por estas ecuaciones: $f(x) = 1{,}000 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^x$ y $g(x) = 1{,}000 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^x$.
   a. ¿Cuál función decae más rápido? Explica tu razonamiento.

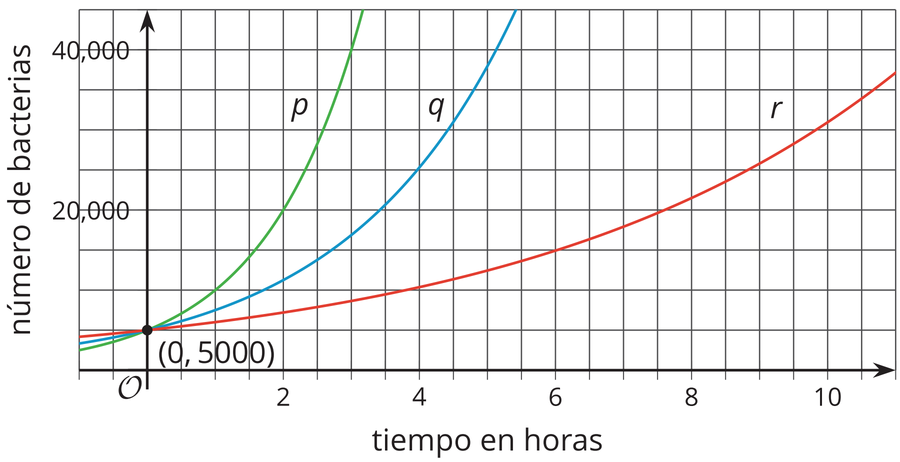
   b. Usa tecnología para comprobar tu respuesta.

Resumen de la lección 12

La ecuación que define una función exponencial nos puede dar información acerca de una gráfica que la representa.

Por ejemplo, supongamos que la función q representa una población de bacterias t horas después de su primera medición y $q(t) = 5{,}000 \cdot (1.5)^t$. El número 5,000 es la población de bacterias cuando t es 0. El número 1.5 indica que la población de bacterias aumenta por un factor de 1.5 cada hora.

Una gráfica nos puede ayudar a ver cómo la población inicial (5,000) y el factor de crecimiento (1.5) influyen en la población. Supongamos que las funciones p y r representan otras dos poblaciones de bacterias que están dadas por $p(t) = 5{,}000 \cdot 2^t$ y $r(t) = 5{,}000 \cdot (1.2)^t$. Estas son las gráficas de p, q y r.



Las tres gráficas empiezan en $5{,}000$, pero la gráfica de r crece más lento que la gráfica de q, mientras que la gráfica de p crece más rápido. Esto tiene sentido porque una población que se duplica cada hora crece más rápido que una que aumenta por un factor de 1.5 cada hora, y ambas crecen más rápido que una población que aumenta por un factor de 1.2 cada hora.