Unit 2 Family Support Materials

Congruencia

En esta unidad, los estudiantes aprenderán sobre triángulos y demostraciones. Los triángulos son la base para comprender las figuras geométricas. Al comprender los triángulos, los estudiantes pueden aplicar sus conocimientos a los cuadriláteros y a otras figuras.

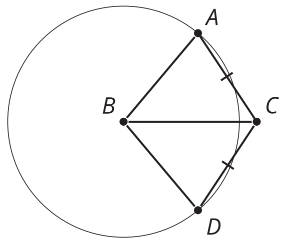
Los estudiantes empiezan con experimentos que pueden recrear en casa con trozos de pasta larga de distintos tamaños.

- Si conozco las longitudes de 2 lados, ¿esto es suficiente para describir un único triángulo?
- ¿Y si conozco las longitudes de 3 lados?
- Si conozco las longitudes de 2 lados, ¿esto es suficiente para describir un único cuadrilátero?
- ¿Y un rectángulo único?

Si conocer cierta información parece ser suficiente, hagan una *conjetura*. Un ejemplo de conjetura es: con 3 longitudes de lado se describe un único triángulo. En otras palabras, si 2 triángulos tienen las mismas longitudes en sus 3 lados, entonces los triángulos coincidirán exactamente uno encima del otro. Decimos que dos figuras (como segmentos o triángulos) son *congruentes* si podemos encontrar una transformación que lleve una figura exactamente a la otra de forma que todas sus partes queden alineadas. Por lo tanto, parece que una forma de crear 2 triángulos congruentes es que sus 3 parejas de lados sean congruentes. Podemos comprobarlo con docenas de triángulos, y los triángulos siempre van a coincidir exactamente uno encima del otro (¡incluso los ángulos!). Pero ¿cómo podemos estar seguros de que funcionará para todos los triángulos que se pueden crear? Para ello, necesitamos una demostración que se base en definiciones precisas.

Una demostración es la forma en que los matemáticos toman una conjetura, una afirmación que parece ser cierta, y la convierten en un teorema, una afirmación de la que estamos seguros que es cierta. Para demostrar que algo es cierto, cada afirmación que usemos debe estar apoyada por una razón. Los estudiantes están construyendo una tabla de referencia con una lista de razones que pueden usar en sus demostraciones. Esta lista incluye definiciones, suposiciones y teoremas que ya han demostrado. En geometría, las demostraciones funcionan como los procesos judiciales en los que los abogados usan evidencias y leyes para dar un argumento. También funcionan como las discusiones en casa. La próxima vez que nuestro estudiante diga que debemos comprarle algo, pidámosle que lo demuestre. Podría usar la definición de necesidad y aportar pruebas convincentes de que lo necesita, o podría tener que cambiar su conjetura y aportar pruebas convincentes de que merece algo que en realidad solo desea.

$\overline{AC} \cong \overline{CD}$



Esta es una tarea para que trabajen en familia:

1. Escriban una afirmación de congruencia de triángulos basándose en el diagrama.
2. ¿Qué información conocen que podría ayudarles a escribir una demostración?
3. Demuestren que los triángulos son congruentes.
4. ¿Qué tipo de cuadrilátero debe ser $ABDC$?
5. ¿Qué tipo de cuadrilátero podría ser $ABDC$?

Solución:

1. El triángulo ABC es congruente al triángulo DBC. (Está bien decirlo en otro orden, como BAC es congruente a BDC, pero las letras correspondientes deben coincidir. Por ejemplo, es incorrecto decir que ABC es congruente a BDC).
2. Los segmentos AC y DC son congruentes, porque están marcados en el diagrama. Los segmentos AB y DB son congruentes, porque ambos son radios del mismo círculo.
3. El diagrama indica que los lados AC y DC son congruentes. Los lados AB y DB son congruentes porque ambos son radios del mismo círculo. El lado BC es congruente al lado BC, porque son el mismo segmento. Las 3 parejas de lados correspondientes de los triángulos ABC y DBC son congruentes, así que los triángulos deben ser congruentes por el teorema de congruencia LLL.
4. $ABDC$ debe ser una cometa porque tiene 2 pares de lados congruentes y los lados congruentes están uno junto al otro.
5. $ABDC$ es un rombo si AC y DC tienen la misma longitud que el radio del círculo.