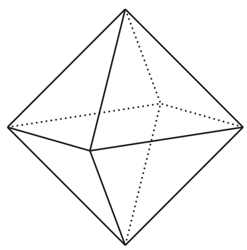
¿Cuál variable despejar? (Parte 2)

Despejemos una de las variables en una ecuación.

9.1 Caras, vértices y aristas

En una lección anterior, viste la ecuación $V + F - 2 = E$, que relaciona el número de vértices, caras y aristas de un sólido platónico.

1. Escribe una ecuación que haga que sea más fácil encontrar el número de vértices de cada uno de los sólidos platónicos que se describen:



   a. Un octaedro (como el que se muestra), que tiene 8 caras.

   b. Un icosaedro, que tiene 30 aristas.

2. Un buckminsterfullereno (conocido también como “buckybola”) es un poliedro que tiene 60 vértices. No es un sólido platónico, pero el número de caras, el número de aristas y el número de vértices se relacionan de la misma manera que los de un sólido platónico.

   Escribe una ecuación que haga que sea más fácil encontrar el número de caras que tiene una buckybola si sabemos cuántas aristas tiene.

9.2 Transporte de carga

Un fabricante de automóviles prepara un envío de autos y camiones en un buque de carga que puede transportar 21,600 toneladas.

Los autos pesan 3.6 toneladas cada uno y los camiones pesan 7.5 toneladas cada uno.

1. Escribe una ecuación que represente la restricción de peso de un envío. Llama c al número de autos y t al número de camiones.

2. Para un envío, los camiones se cargan primero y los autos después. (Aunque los camiones son más voluminosos que los autos, un envío puede ser de solo camiones siempre y cuando esté dentro del límite de peso).

   Encuentra el número de autos que se pueden enviar si el cargamento ya tiene:

   a. 480 camiones

   b. 1,500 camiones

   c. 2,736 camiones

   d. t camiones

3. Para un envío diferente, los autos se cargan primero y después se cargan los camiones.

   a. Escribe una ecuación que puedas ingresar en una calculadora o en una hoja de cálculo para encontrar el número de camiones que se pueden enviar si se conoce el número de autos.

   b. Usa tu ecuación y una calculadora o una computadora para encontrar el número de camiones que se pueden enviar si el cargamento ya tiene 1,000 autos. ¿Qué pasa si el cargamento ya tiene 4,250 autos?

¿Estás listo para más?

Para otro envío, el fabricante también envía motocicletas, que pesan 0.3 toneladas cada una.

1. Escribe una ecuación que puedas ingresar en una calculadora o en una hoja de cálculo para encontrar el número de motocicletas que se pueden enviar, m, si se conoce el número de autos y de camiones.

2. Usa tu ecuación para encontrar el número de motocicletas que se pueden enviar si el cargamento ya tiene 1,200 camiones y 3,000 autos.

9.3 Calles y personal

El Departamento de Calles de una ciudad tiene un presupuesto de $1,962,800 para repavimentar las calles y contratar más trabajadores este año.

El costo de repavimentar una milla de calle de 2 carriles se estima en $84,000. En promedio el salario inicial de un trabajador del departamento es de $36,000 al año.

1. Escribe una ecuación que represente la relación entre las millas de calles de 2 carriles que el departamento puede repavimentar, m, y el número de trabajadores nuevos que puede contratar, p, si gasta todo el presupuesto.

2. Toma la ecuación que escribiste en la primera pregunta y:
   a. Despeja p. Explica qué representa la solución en esta situación.

   b. Despeja m. Explica qué representa la solución en esta situación.

3. La ciudad planea contratar 6 trabajadores nuevos y usar todo su presupuesto.
   a. ¿Cuál ecuación se debe usar para encontrar cuántas millas de calles de 2 carriles se puede repavimentar? Explica tu razonamiento.

   b. Encuentra el número de millas de calles de 2 carriles que la ciudad puede repavimentar si contrata 6 trabajadores nuevos.

Resumen de la lección 9

Despejar una variable es una forma eficiente de encontrar los valores que cumplen con las restricciones de una situación. Este es un ejemplo.

Un elevador tiene una capacidad de 3,000 libras y se carga con cajas de dos tamaños: pequeña y grande. Una caja pequeña pesa 60 libras y una caja grande pesa 150 libras.

Llamemos x al número de cajas pequeñas y y al número de cajas grandes. Para representar la combinación de cajas pequeñas y grandes con las que se llena la capacidad del elevador, podemos escribir:

$$60x + 150y = 3{,}000$$

Si ya hay 10 cajas grandes, ¿cuántas cajas pequeñas se pueden cargar en el elevador para que se llene totalmente? ¿Y si hay 16 cajas grandes?

En cada caso, podemos reemplazar y por 10 o 16 y hacer movidas aceptables para resolver la ecuación. O podemos primero despejar x:

$$\begin{aligned} 60x + 150y &= 3{,}000 && \text{ecuación original} \\ 60x &= 3{,}000 - 150y && \text{restar } 150y \text{ a cada lado} \\ x &= \frac{3{,}000 - 150y}{60} && \text{dividir cada lado entre } 60 \end{aligned}$$

Esta ecuación nos permite encontrar fácilmente el número de cajas pequeñas, x, que se pueden cargar si reemplazamos y por cualquier número de cajas grandes.

Ahora supongamos que primero cargamos el elevador con cajas pequeñas, por ejemplo, 30 o 42, y queremos saber cuántas cajas grandes se pueden agregar para que se llene totalmente el elevador.

Podemos reemplazar x por 30 o 42 en la ecuación original y resolverla. O podemos primero despejar y:

$$\begin{aligned} 60x + 150y &= 3{,}000 && \text{ecuación original} \\ 150y &= 3{,}000 - 60x && \text{restar } 60x \text{ a cada lado} \\ y &= \frac{3{,}000 - 60x}{150} && \text{dividir cada lado entre } 150 \end{aligned}$$

Ahora, para cualquier valor de x, podemos encontrar rápidamente y evaluando la expresión a la derecha del signo igual.

Despejar una variable —antes de reemplazarla por cualquier valor conocido— puede hacer que sea más fácil probar diferentes valores de una variable y ver cómo afectan a la otra variable. Nos puede ahorrar el trabajo de hacer el mismo cálculo una y otra vez.