



# Representemos el crecimiento exponencial

Exploremos el crecimiento exponencial.

## 3.1

## Conversación matemática: Propiedades de los exponentes

Reescribe cada expresión como una potencia de 2.

•  $2^3 \cdot 2^4$

•  $2^5 \cdot 2$

•  $2^{10} \div 2^7$

•  $2^9 \div 2$

## 3.2 ¿Qué significa $x^0$ ?

1. Completa la tabla. Aprovecha cualquier patrón que observes y úsalo.

|       |    |    |   |   |   |
|-------|----|----|---|---|---|
| $x$   | 4  | 3  | 2 | 1 | 0 |
| $3^x$ | 81 | 27 |   |   |   |

2. Estas son algunas ecuaciones. Encuentra la solución de cada ecuación usando lo que sabes acerca de las propiedades de los exponentes. Prepárate para explicar tu razonamiento.

a.  $9^? \cdot 9^7 = 9^7$

b.  $\frac{9^{12}}{9^?} = 9^{12}$

3. ¿Cuál es el valor de  $5^0$ ?, ¿y el de  $2^0$ ?

### ¿Estás listo para más?

Sabemos, por ejemplo, que  $(2 + 3) + 5 = 2 + (3 + 5)$  y que  $2 \cdot (3 \cdot 5) = (2 \cdot 3) \cdot 5$ . La agrupación con paréntesis no influye en el valor de la expresión.

¿Esto se cumple también para los exponentes? Es decir, ¿son los números  $2^{(3^5)}$  y  $(2^3)^5$  iguales? Si no, ¿cuál es mayor? ¿Cuál de los dos escogerías como el significado de la expresión sin paréntesis  $2^{3^5}$ ?

## 3.3

## Microbios que se multiplican

1. En un laboratorio de biología, 500 bacterias se reproducen por división. Al cabo de cada hora, a la hora en punto, cada bacteria se divide en dos bacterias.

- a. En la tabla, escribe una expresión para encontrar el número de bacterias al cabo de cada hora.

| hora | número de bacterias |
|------|---------------------|
| 0    | 500                 |
| 1    |                     |
| 2    |                     |
| 3    |                     |
| 6    |                     |
| $t$  |                     |

- b. Escribe una ecuación que relacione  $n$ , el número de bacterias, con  $t$ , el número de horas.

- c. Usa tu ecuación para encontrar  $n$  cuando  $t$  es 0. ¿Qué significa este valor de  $n$  en esta situación?

- d. Cuando los valores de una variable se multiplican por el mismo número cada vez que el valor de la otra variable aumenta en 1, a ese multiplicador se le llama factor de crecimiento. ¿Cuál es el **factor de crecimiento** en esta situación?

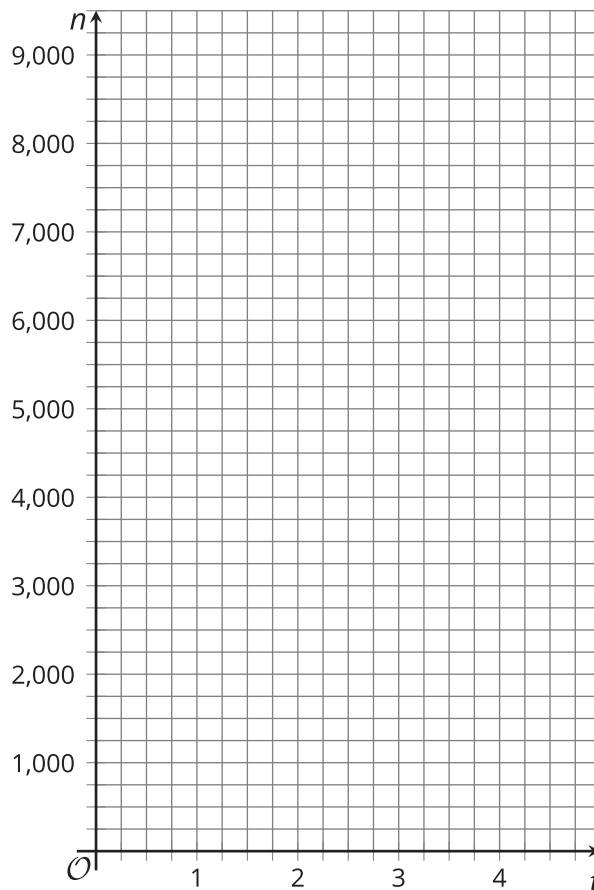
2. En otro laboratorio de biología, una población de parásitos unicelulares también se reproduce cada hora. Una ecuación que da el número de parásitos,  $p$ , al cabo de  $t$  horas, es  $p = 100 \cdot 3^t$ . Explica lo que significan los números 100 y 3 en esta situación.

### 3.4

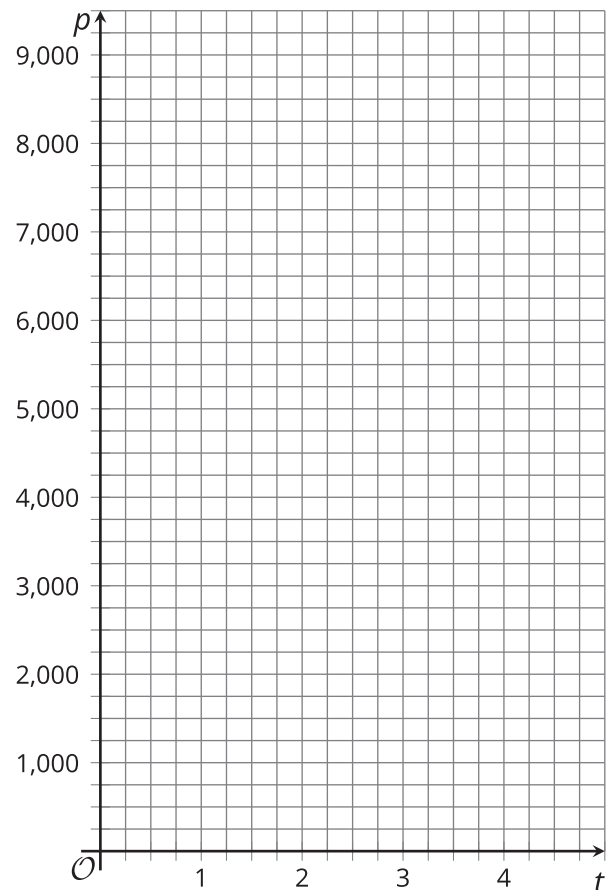
## Grafiquemos cómo se multiplican los microbios

1. Consulta la tabla de la actividad anterior. Usa la información y los planos de coordenadas que se dan para graficar los siguientes puntos:

a. Marca los puntos  $(t, n)$  cuando  $t$  es 0, 1, 2, 3 y 4.



b. Marca los puntos  $(t, p)$  cuando  $t$  es 0, 1, 2, 3 y 4. (Si tienes dificultades, puedes crear una tabla).



2. En la gráfica de  $n$ , ¿dónde puedes ver cada número que aparece en la ecuación?

3. En la gráfica de  $p$ , ¿dónde puedes ver cada número que aparece en la ecuación?

### Resumen de la lección 3

En las relaciones en las que el cambio es exponencial, una cantidad se multiplica repetidamente por el mismo valor. El multiplicador se llama el **factor de crecimiento**.

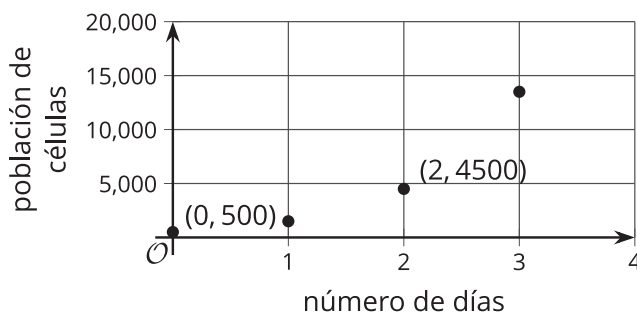
Supongamos que hay una población de 500 células que se triplica cada día. El número de células que hay cada día se puede calcular así:

| número de días | número de células                                           |
|----------------|-------------------------------------------------------------|
| 0              | 500                                                         |
| 1              | 1,500 (o $500 \cdot 3$ )                                    |
| 2              | 4,500 (o $500 \cdot 3 \cdot 3$ o $500 \cdot 3^2$ )          |
| 3              | 13,500 (o $500 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ o $500 \cdot 3^3$ ) |
| $d$            | $500 \cdot 3^d$                                             |

Vemos que el número de células ( $p$ ) está cambiando exponencialmente y que podemos encontrar  $p$  si multiplicamos 500 por 3 tantas veces como el número de días ( $d$ ) desde que había 500 células. El *factor de crecimiento* es 3. Para modelar esta situación, podemos escribir esta ecuación:  $p = 500 \cdot 3^d$ .

Esta ecuación se puede usar para encontrar la población que hay en cualquier día, incluido el día 0 en el cual se midió la población por primera vez. En el día 0, la población es  $500 \cdot 3^0$ . Como  $3^0 = 1$ , esto es  $500 \cdot 1$  o 500.

Esta es una gráfica del número de células que hay cada día. El punto  $(0, 500)$  de la gráfica significa que el día 0, la población comienza en 500.



En la gráfica, cada punto está a una altura 3 veces mayor que la altura del punto anterior.  $(1, 1500)$  está a una altura 3 veces mayor que  $(0, 500)$  y  $(2, 4500)$  está a una altura 3 veces mayor que  $(1, 1500)$ .