



Representemos el crecimiento exponencial

Exploremos el crecimiento exponencial.

3.1

Conversación matemática: Propiedades de los exponentes

Reescribe cada expresión como una potencia de 2.

• $2^3 \cdot 2^4$

• $2^5 \cdot 2$

• $2^{10} \div 2^7$

• $2^9 \div 2$

3.2 ¿Qué significa x^0 ?

1. Completa la tabla. Aprovecha cualquier patrón que observes y úsalo.

x	4	3	2	1	0
3^x	81	27			

2. Estas son algunas ecuaciones. Encuentra la solución de cada ecuación usando lo que sabes acerca de las propiedades de los exponentes. Prepárate para explicar tu razonamiento.

a. $9^? \cdot 9^7 = 9^7$

b. $\frac{9^{12}}{9^?} = 9^{12}$

3. ¿Cuál es el valor de 5^0 ?, ¿y el de 2^0 ?

¿Estás listo para más?

Sabemos, por ejemplo, que $(2 + 3) + 5 = 2 + (3 + 5)$ y que $2 \cdot (3 \cdot 5) = (2 \cdot 3) \cdot 5$. La agrupación con paréntesis no influye en el valor de la expresión.

¿Esto se cumple también para los exponentes? Es decir, ¿son los números $2^{(3^5)}$ y $(2^3)^5$ iguales? Si no, ¿cuál es mayor? ¿Cuál de los dos escogerías como el significado de la expresión sin paréntesis 2^{3^5} ?

3.3

Microbios que se multiplican

1. En un laboratorio de biología, 500 bacterias se reproducen por división. Al cabo de cada hora, a la hora en punto, cada bacteria se divide en dos bacterias.

- a. En la tabla, escribe una expresión para encontrar el número de bacterias al cabo de cada hora.

hora	número de bacterias
0	500
1	
2	
3	
6	
t	

- b. Escribe una ecuación que relacione n , el número de bacterias, con t , el número de horas.

- c. Usa tu ecuación para encontrar n cuando t es 0. ¿Qué significa este valor de n en esta situación?

- d. Cuando los valores de una variable se multiplican por el mismo número cada vez que el valor de la otra variable aumenta en 1, a ese multiplicador se le llama factor de crecimiento. ¿Cuál es el **factor de crecimiento** en esta situación?

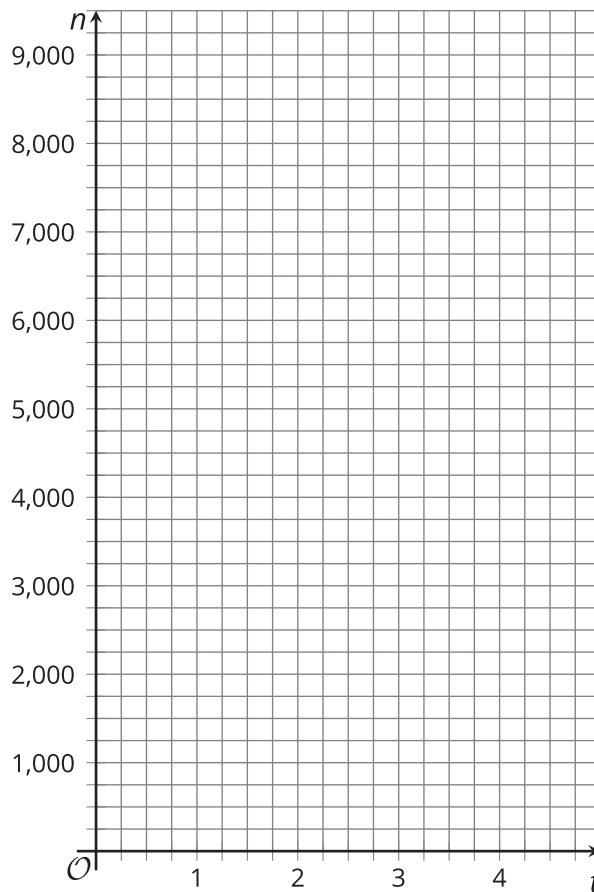
2. En otro laboratorio de biología, una población de parásitos unicelulares también se reproduce cada hora. Una ecuación que da el número de parásitos, p , al cabo de t horas, es $p = 100 \cdot 3^t$. Explica lo que significan los números 100 y 3 en esta situación.

3.4

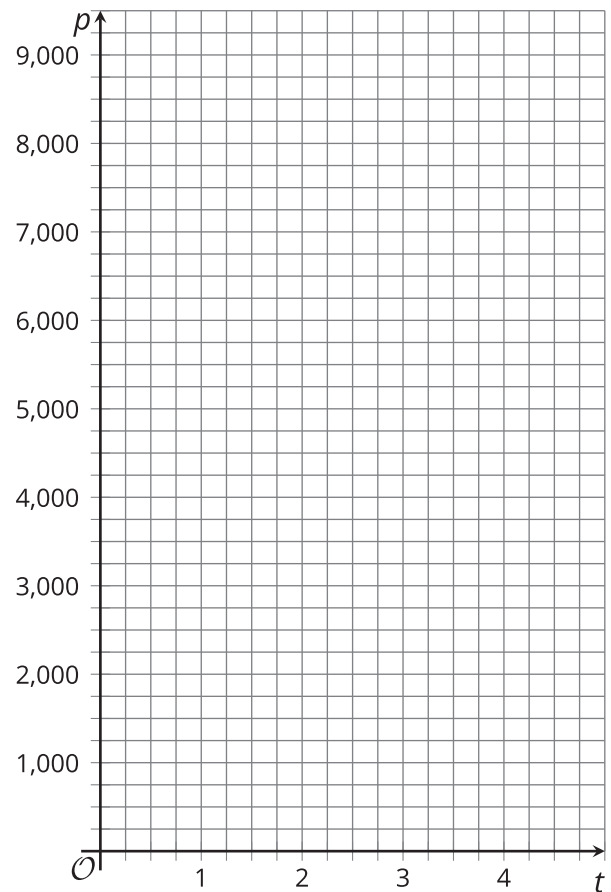
Grafiquemos cómo se multiplican los microbios

1. Consulta la tabla de la actividad anterior. Usa la información y los planos de coordenadas que se dan para graficar los siguientes puntos:

a. Marca los puntos (t, n) cuando t es 0, 1, 2, 3 y 4.



b. Marca los puntos (t, p) cuando t es 0, 1, 2, 3 y 4. (Si tienes dificultades, puedes crear una tabla).



2. En la gráfica de n , ¿dónde puedes ver cada número que aparece en la ecuación?

3. En la gráfica de p , ¿dónde puedes ver cada número que aparece en la ecuación?



Resumen de la lección 3

En las relaciones en las que el cambio es exponencial, una cantidad se multiplica repetidamente por el mismo valor. El multiplicador se llama el **factor de crecimiento**.

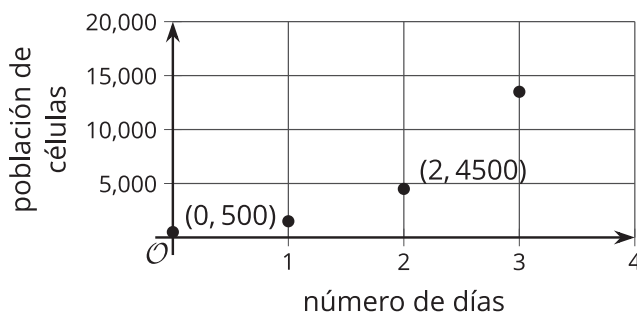
Supongamos que hay una población de 500 células que se triplica cada día. El número de células que hay cada día se puede calcular así:

número de días	número de células
0	500
1	1,500 (o $500 \cdot 3$)
2	4,500 (o $500 \cdot 3 \cdot 3$ o $500 \cdot 3^2$)
3	13,500 (o $500 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ o $500 \cdot 3^3$)
d	$500 \cdot 3^d$

Vemos que el número de células (p) está cambiando exponencialmente y que podemos encontrar p si multiplicamos 500 por 3 tantas veces como el número de días (d) desde que había 500 células. El *factor de crecimiento* es 3. Para modelar esta situación, podemos escribir esta ecuación: $p = 500 \cdot 3^d$.

Esta ecuación se puede usar para encontrar la población que hay en cualquier día, incluido el día 0 en el cual se midió la población por primera vez. En el día 0, la población es $500 \cdot 3^0$. Como $3^0 = 1$, esto es $500 \cdot 1$ o 500.

Esta es una gráfica del número de células que hay cada día. El punto $(0, 500)$ de la gráfica significa que el día 0, la población comienza en 500.



En la gráfica, cada punto está a una altura 3 veces mayor que la altura del punto anterior. $(1, 1500)$ está a una altura 3 veces mayor que $(0, 500)$ y $(2, 4500)$ está a una altura 3 veces mayor que $(1, 1500)$.