Interpretemos funciones exponenciales

Descubramos formas importantes de representar funciones exponenciales.

9.1 ¿Son equivalentes o no?

Lin y Diego hablan acerca de las dos expresiones x^2 y 2^x.

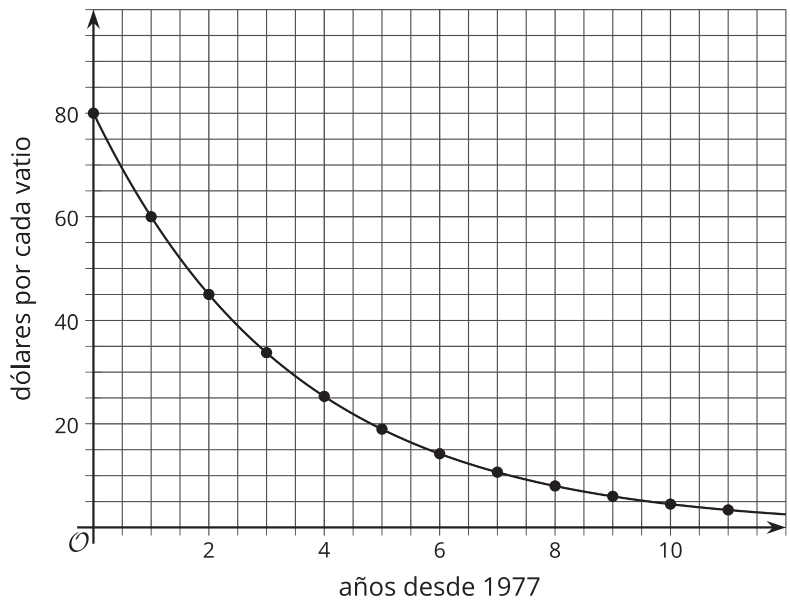
- Lin dice: “Creo que las dos expresiones son equivalentes”.
- Diego dice: “Creo que las dos expresiones solo son iguales para *algunos* valores de x”.

¿Estás de acuerdo con alguno de ellos? Explica o muestra tu razonamiento.

9.2 Costo de paneles solares

El costo, en dólares, de generar 1 vatio de potencia a partir de energía solar es una función del número de años, t, después de 1977.

Entre los años 1977 y 1987, el costo se puede modelar con una función exponencial f. Esta es la gráfica de la función.



1. ¿Qué dice la afirmación $f(9) \approx 6$ sobre esta situación?

2. ¿Cuál es el valor de $f(4)$?, ¿y de $f(3.5)$? ¿Qué representan estos valores en este contexto?

3. Si $f(t) = 45$, ¿cuál es el valor de t? ¿Qué representa el valor de t en este contexto?

4. ¿Por qué factor cambia el costo de los paneles solares de un año al siguiente? (Si tienes dificultades, puedes hacer una tabla).

9.3 Dobleces de papel

1. La ecuación $t = (0.05) \cdot 2^n$ da el grosor, t, en milímetros de una hoja de papel después de doblarla n veces.
   a. ¿Qué representa el número 0.05 en la ecuación?
   b. Usa tecnología para graficar la ecuación $t = (0.05) \cdot 2^n$.
   c. ¿Cuántos dobleces se necesitan para que el grosor del papel doblado sea mayor que 1 mm? ¿Cuántos dobleces se necesitan para que el grosor sea mayor que 1 cm? Explica cómo lo sabes.

2. El área de una hoja de papel es 93.5 pulgadas cuadradas.
   a. Encuentra el área que queda visible después de doblar la hoja por la mitad una vez, dos veces y tres veces.
   b. Escribe una ecuación que exprese el área visible, a, de la hoja en términos del número de veces, n, que se ha doblado.
   c. Usa tecnología para graficar la ecuación correspondiente.
   d. En este contexto, ¿puede n tomar valores negativos? Explica tu razonamiento.
   e. ¿Puede a tomar valores negativos? Explica tu razonamiento.

¿Estás listo para más?

1. Usando el modelo de esta actividad, ¿cuántos dobleces se necesitarán para obtener un grosor de 1 metro? ¿Y para obtener un grosor de 1 kilómetro?

2. Investiga y responde: ¿Cuál es el récord mundial actual del número de veces que una persona dobló una hoja de papel por la mitad?

9.4 Falta de información: Ventas de teléfonos inteligentes

Tu profesor te dará una tarjeta de problema o una tarjeta de datos. No se la muestres ni se la leas a tu compañero.

Si tu profesor te da la tarjeta de problema:

1. Lee en silencio tu tarjeta y piensa en qué información necesitas para responder la pregunta.
2. Pídele a tu compañero la información específica que necesitas. "¿Me puedes decir ________?".
3. Explícale a tu compañero cómo vas a usar la información para resolver el problema. "Tengo que saber ________ porque...".

   Sigue haciendo preguntas hasta que tengas suficiente información para resolver el problema.
4. Cuando tengas suficiente información, comparte la tarjeta de problema con tu compañero y resuelvan el problema individualmente.
5. Lee la tarjeta de datos y discute tu razonamiento con tu compañero.

Si tu profesor te da la tarjeta de datos:

1. Lee en silencio tu tarjeta. Espera a que tu compañero te haga preguntas.
2. Antes de darle cualquier información a tu compañero, pregúntale "¿Por qué necesitas saber ________?".
3. Escucha las razones de tu compañero y hazle preguntas aclaratorias. Dale solo la información que está en tu tarjeta. ¡No le ayudes a descifrar nada!
   Estos pasos se pueden repetir.
4. Cuando tu compañero diga que tiene suficiente información para resolver el problema, lean la tarjeta de problema y resuelvan el problema individualmente.
5. Comparte la tarjeta de datos y discute tu razonamiento con tu compañero.

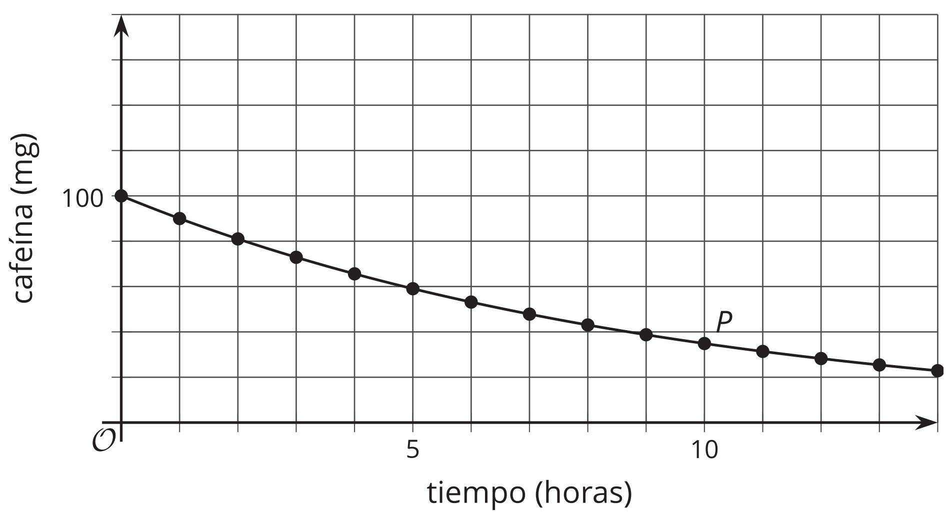
Resumen de la lección 9

Hemos usado ecuaciones para representar situaciones que se caracterizan por involucrar cambio exponencial. Por ejemplo, para describir la cantidad de cafeína, c, que hay en el cuerpo de una persona t horas después de una medición inicial de 100 mg, usamos la ecuación $c = 100 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^t$.

Observa que la cantidad de cafeína es una *función* del tiempo, así que otra manera de expresar esta relación es $c = f(t)$, donde f es la función dada por $f(t) = 100 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^t$.

Podemos usar esta función para analizar la cantidad de cafeína que hay en el cuerpo. Por ejemplo, cuando t es 3, la cantidad de cafeína es $100 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^3$ o $100 \cdot \frac{729}{1{,}000}$, que es igual a 72.9. La afirmación $f(3) = 72.9$ significa que hay 72.9 mg de cafeína 3 horas después de la medición inicial.

También podemos graficar la función, f, para comprender mejor lo que ocurre. Por ejemplo, el punto marcado con la letra P tiene coordenadas aproximadas de $(10, 35)$, lo cual nos dice que deben pasar aproximadamente 10 horas después de la medición inicial para que el nivel de cafeína disminuya a 35 mg.



Una gráfica también nos puede ayudar a pensar en los valores del dominio y del rango de una función. Como el cuerpo descompone la cafeína continuamente a lo largo del tiempo, el dominio de la función (el tiempo en horas) puede incluir números no enteros. Por ejemplo, podemos encontrar el nivel de cafeína cuando t es 3.5. En esta situación, los valores negativos del dominio representan el tiempo *antes* de la medición inicial. Por ejemplo, $f(-1)$ representa la cantidad de cafeína que hay en el cuerpo de la persona 1 hora antes de la medición inicial. El rango de esta función no incluye valores negativos debido a que una cantidad negativa de cafeína no tiene sentido en esta situación.

