Unidad 9, Lección 13

Razonemos acerca de gráficas exponenciales (parte 2)

Investiguemos sobre lo que podemos aprender de las gráficas que representan funciones exponenciales.

13.1 Cuáles tres van juntos: Cuatro funciones

¿Cuáles tres van juntas? ¿Por qué van juntas?

$A(n) = 8 \cdot 3^n$

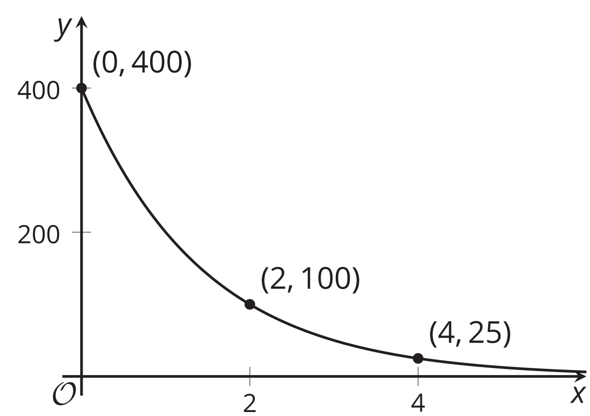
$B(n) = 2 \cdot 8^n$

$C(n) = 8 + 2n$

$D(n) = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$

13.2 El valor de una computadora

1. Esta gráfica representa una función exponencial, f. La función, f, da el valor de una computadora, en dólares, en función del tiempo, x, medido en años después de su compra.



Teniendo en cuenta la gráfica, qué puedes decir acerca de:

a. El precio de compra de la computadora.

b. El valor de f cuando x es 1.

c. El significado de $f(1)$.

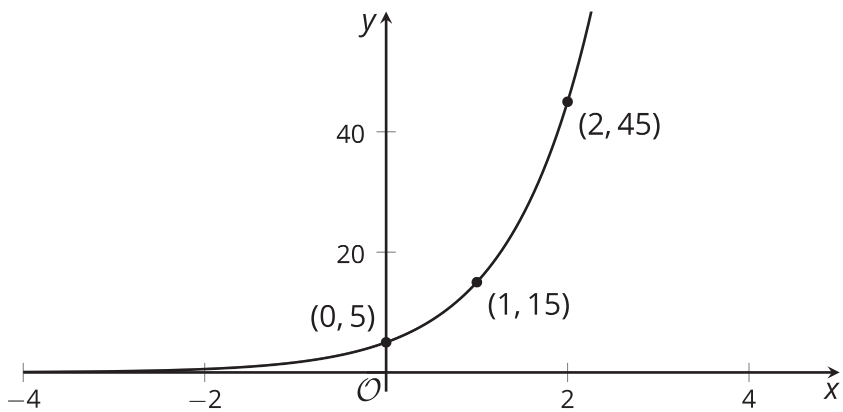
d. Cómo cambia el valor de la computadora cada año.

e. Una ecuación que defina f.

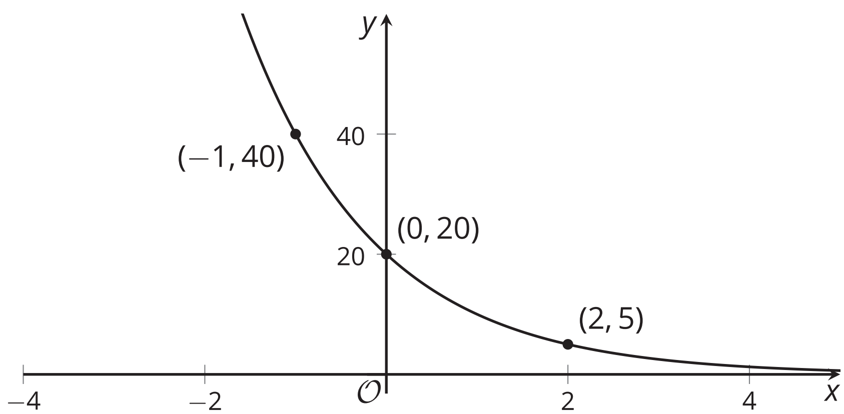
f. Si es posible que el valor de f llegue a 0 después de 10 años.

2. Estas son las gráficas de dos funciones exponenciales. Para cada una, escribe una ecuación que defina la función y encuentra el valor de la función cuando x es 5.

a.



b.



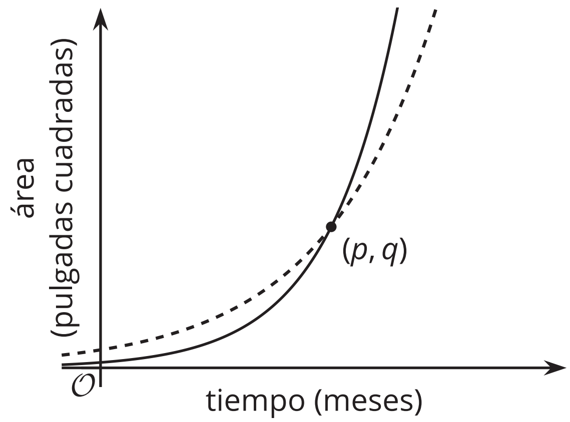
¿Estás listo para más?

Considera una función f definida por $f(x) = a \cdot b^x$.

- Si la gráfica de f pasa por los puntos $(2, 10)$ y $(8, 30)$, ¿esperas que $f(5)$ sea menor, mayor o igual a 20?
- Si la gráfica de f pasa por los puntos $(2, 30)$ y $(8, 10)$, ¿esperas que $f(5)$ sea menor, mayor o igual a 20?

13.3 Una pared con moho

Considera estas gráficas de dos funciones junto a sus descripciones.



- Función f: el área de la pared, en pulgadas cuadradas, cubierta por moho tipo A, se duplica cada mes.
- Función g: el área de la pared, en pulgadas cuadradas, cubierta por moho tipo B, se triplica cada mes.

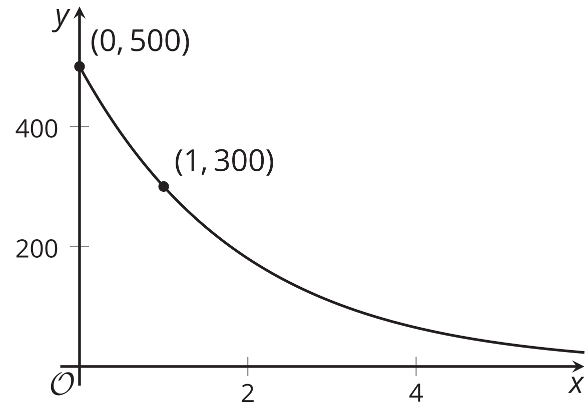
1. ¿Cuál gráfica representa cuál función? Marca las gráficas según corresponda y explica tu razonamiento.

2. Cuando el moho se descubrió y se midió por primera vez, ¿había más del moho tipo A o del moho tipo B? Explica cómo lo sabes.

3. Describe el significado del punto (p, q) en esta situación.

Resumen de la lección 13

Si tenemos suficiente información acerca de una gráfica que representa una función exponencial f, podemos escribir una ecuación que le corresponda. Esta es una gráfica de $y = f(x)$.



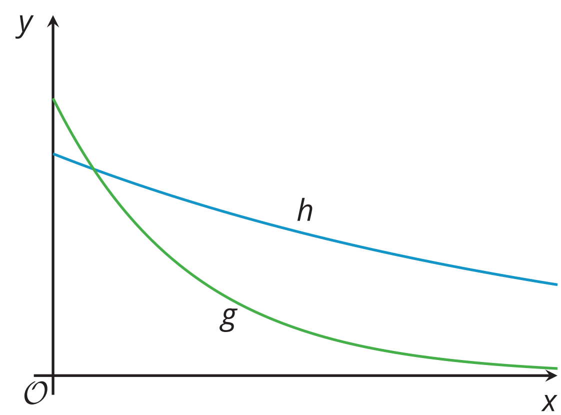
Una ecuación que define una función exponencial tiene la forma $f(x) = a \cdot b^x$. El valor de a es el valor inicial o $f(0)$, así que a es la intersección de la gráfica con el eje y. Podemos ver que $f(0)$ es 500 y que la función decrece.

El valor de b es el factor de crecimiento. Es el valor por el cual se multiplica la salida de la función en x para obtener la salida de la función en $x + 1$. Para encontrar el factor de crecimiento de f, podemos calcular $\frac{f(1)}{f(0)}$, que es $\frac{300}{500}$ (o $\frac{3}{5}$).

Como ahora sabemos los valores de a y b, podemos escribir una ecuación que defina f: $f(x) = 500 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^x$.

También podemos usar gráficas para comparar funciones. Estas gráficas representan dos funciones exponenciales distintas, g y h. Cada una representa el área cubierta de algas (en metros cuadrados) en un lago, x días después de que se introdujeran ciertos peces.

- El lago A tenía 40 metros cuadrados cubiertos de algas. El área se reduce a $\frac{8}{10}$ del área del día anterior.
- El lago B tenía 50 metros cuadrados cubiertos de algas. El área se reduce a $\frac{2}{5}$ del área del día anterior.



¿Puedes reconocer cuál gráfica corresponde a cuál población de algas?

Vemos que la intersección de la gráfica de g con el eje y es mayor que la intersección de la gráfica de h con el eje y. También vemos que g tiene un factor de crecimiento menor que h, porque cuando x aumenta en la misma cantidad, g conserva una fracción menor de su valor en comparación con h. Esto nos indica que g corresponde al lago B y h corresponde al lago A.