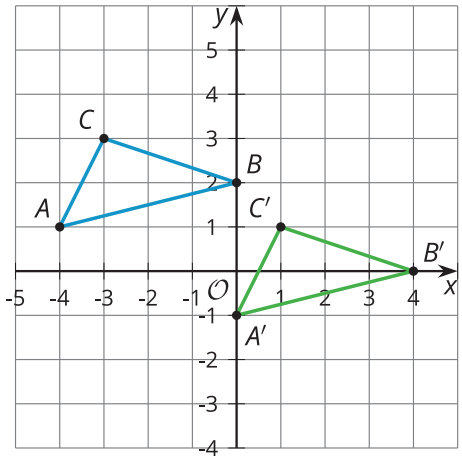
Unit 5 Family Support Materials

Geometría con coordenadas

En esta unidad, los estudiantes relacionan la geometría y el álgebra usando el plano de coordenadas con conceptos geométricos de unidades anteriores. La cuadrícula de coordenadas tiene una estructura que ofrece nuevas perspectivas sobre las ideas que los estudiantes ya exploraron.

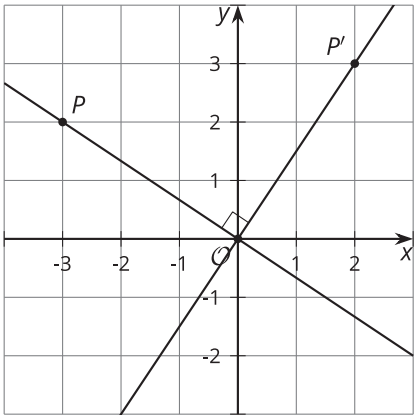
Los estudiantes ya han trabajado con transformaciones. En esta unidad, pensarán en las transformaciones como funciones que toman puntos en el plano como entradas y dan otros puntos como salidas. Por ejemplo, la notación $(x, y) \rightarrow (x + 4, y - 2)$ significa que para encontrar la imagen de cada punto de una figura, le sumamos 4 unidades a la coordenada x y le restamos 2 unidades a la coordenada y. Apliquemos esta transformación al triángulo ABC.

(x, y)	$(x + 4, y - 2)$
A : (-4, 1)	A' : (0, -1)
B : (0, 2)	B' : (4, 0)
C : (-3, 3)	C' : (1, 1)



Esta transformación es una traslación usando el segmento de recta dirigido que va de $(-4, 1)$ a $(0, -1)$, o en otras palabras, una traslación de 4 unidades hacia la derecha y 2 unidades hacia abajo.

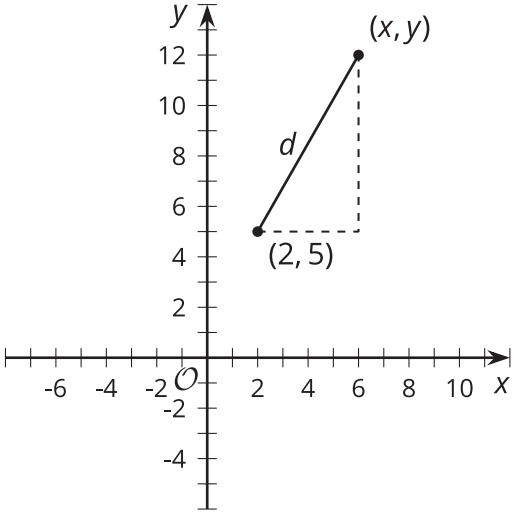
Las transformaciones también se pueden usar para analizar las pendientes de rectas paralelas y perpendiculares. Supongamos que dibujamos una recta que pasa por los puntos $P = (-3, 2)$ y $(0, 0)$, y realizamos la transformación $(x, y) \rightarrow (y, -x)$.



CC BY NC 2024
Illustrative Mathematics®

Esta regla rota la recta 90 grados en el sentido de las manecillas del reloj usando el punto $(0, 0)$ como centro. Como el centro de rotación no se mueve, sus coordenadas siguen siendo $(0, 0)$. La imagen del punto P es $P' = (2, 3)$. La pendiente de la recta original es $-\frac{2}{3}$ y la pendiente de la imagen es $\frac{3}{2}$. Es decir, las pendientes son *recíprocas opuestas*. Con esto, los estudiantes demostrarán que para *cualquier* par de rectas perpendiculares (que no sean horizontales ni verticales), sus pendientes serán recíprocas opuestas.

El teorema de Pitágoras también es útil en el plano de coordenadas porque podemos encontrar la distancia entre cualquier par de puntos. Encontremos la distancia entre $(2, 5)$ y un punto desconocido (x, y). Para calcular la distancia, podemos dibujar un triángulo rectángulo cuya hipotenusa sea la distancia entre los 2 puntos.



Para calcular las longitudes de los catetos del triángulo, podemos restar las coordenadas de los puntos: el cateto vertical mide $y - 5$ unidades y el cateto horizontal mide $x - 2$ unidades. Reemplacemos estos valores en la ecuación del teorema de Pitágoras.

$(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = d^2$

Con esta ecuación podemos comprobar si un punto está a determinada distancia de $(2, 5)$. Reemplacemos los valores en la ecuación para ver si el punto $(6, 12)$ está a 8 unidades de distancia de $(2, 5)$.

$(6 - 2)^2 + (12 - 5)^2 = d^2$

$(4)^2 + (7)^2 = d^2$

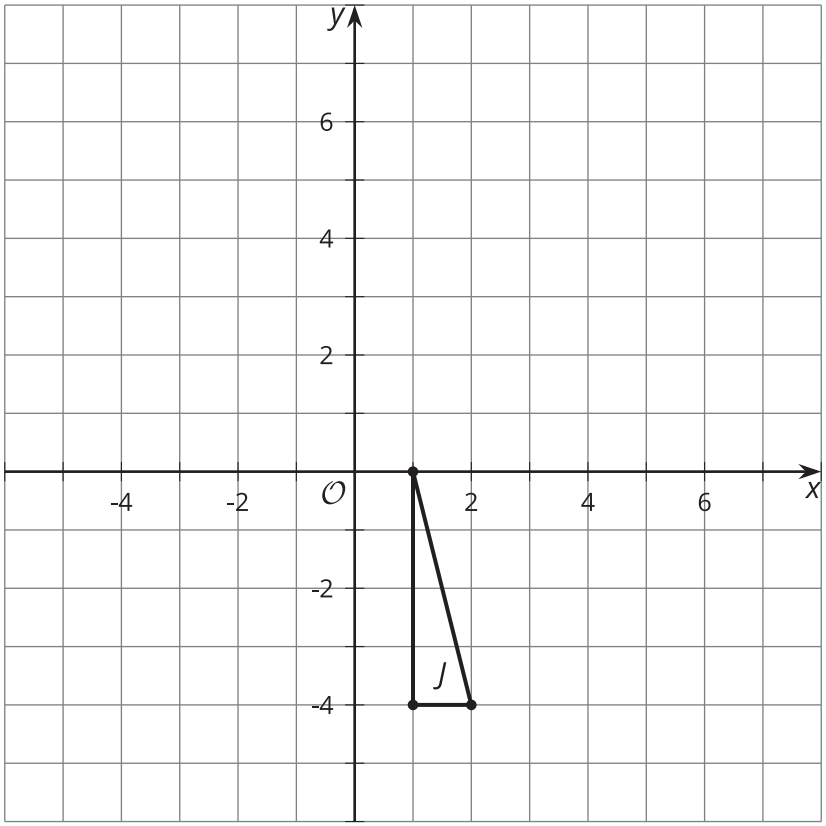
$65 = d^2$

La distancia entre los puntos es el número positivo que elevado al cuadrado da 65, es decir, aproximadamente 8.1 unidades. Por lo tanto, el punto no está exactamente a 8 unidades de distancia de $(2, 5)$.

Esta es una tarea para que trabajen en familia:

Este es el triángulo J.

CC BY NC 2024
Illustrative Mathematics®

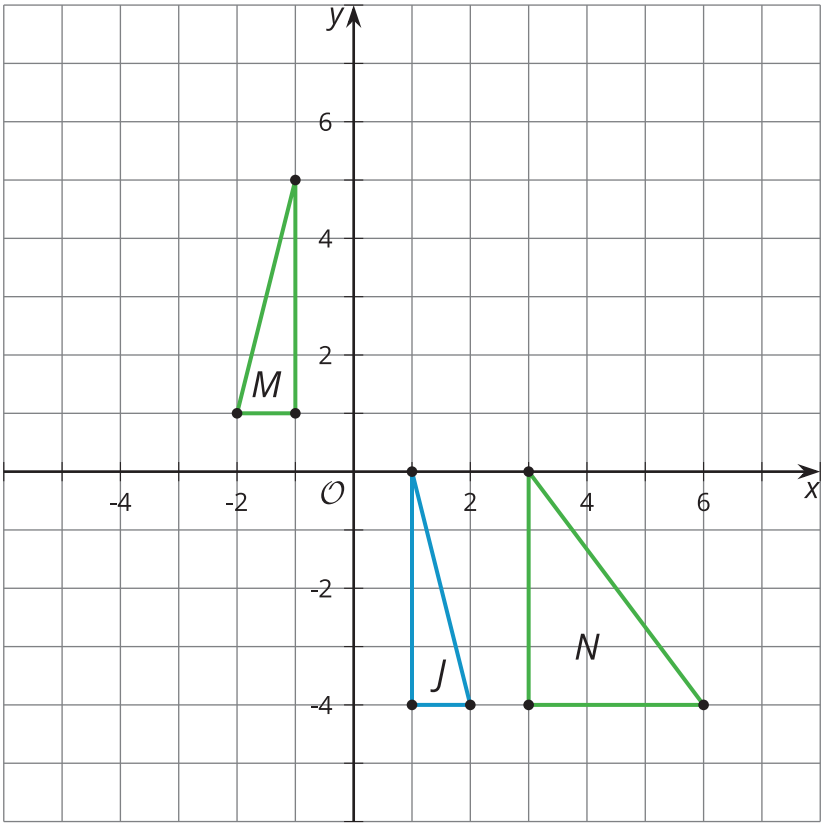


Apliquen cada regla de transformación al triángulo J. Luego, describan la transformación y decidan si la imagen es congruente al triángulo inicial, semejante al triángulo inicial o ninguna de las dos.

1. Marquen el resultado de esta transformación con una M: $(x, y) \rightarrow (-x, y + 5)$
2. Marquen el resultado de esta transformación con una N: $(x, y) \rightarrow (3x, y)$

Solución:

CC BY NC 2024
Illustrative Mathematics®



1. En esta transformación hubo una reflexión con respecto al eje y, seguida de una traslación usando el segmento de recta dirigido que va de $(\text{-}1, 0)$ a $(\text{-}1, 5)$. Como los 3 pares de lados correspondientes del triángulo original y su imagen son congruentes, los triángulos son congruentes (y por lo tanto también semejantes) por el teorema de congruencia lado-lado-lado. Esto tiene sentido porque las reflexiones y las traslaciones son movimientos rígidos.
2. Esta transformación fue una ampliación horizontal con factor 3 que hizo que los puntos se alejaran del eje y. Los lados verticales que son correspondientes en los triángulos J y N son congruentes, pero la longitud del lado horizontal del triángulo N es 3 veces mayor que la longitud del lado correspondiente del triángulo J. Como no todos los pares de lados correspondientes son congruentes ni todos son proporcionales, los triángulos no son congruentes ni semejantes.

CC BY NC 2024
Illustrative Mathematics®