



# Interpretemos funciones exponenciales

Descubramos formas importantes de representar funciones exponenciales.

## 9.1 ¿Son equivalentes o no?

Lin y Diego hablan acerca de las dos expresiones  $x^2$  y  $2^x$ .

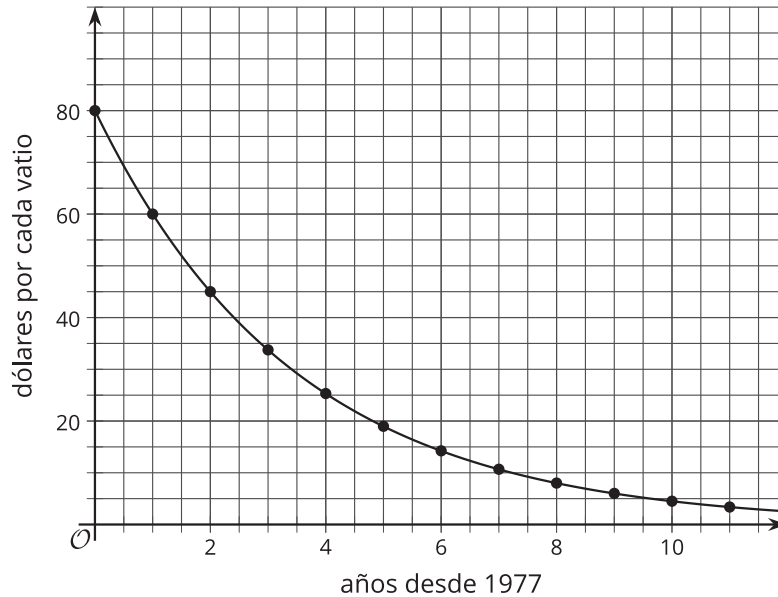
- Lin dice: “Creo que las dos expresiones son equivalentes”.
- Diego dice: “Creo que las dos expresiones solo son iguales para *algunos* valores de  $x$ ”.

¿Estás de acuerdo con alguno de ellos? Explica o muestra tu razonamiento.

## 9.2 Costo de paneles solares

El costo, en dólares, de generar 1 vatio de potencia a partir de energía solar es una función del número de años,  $t$ , después de 1977.

Entre los años 1977 y 1987, el costo se puede modelar con una función exponencial  $f$ . Esta es la gráfica de la función.



1. ¿Qué dice la afirmación  $f(9) \approx 6$  sobre esta situación?
2. ¿Cuál es el valor de  $f(4)$ ?, ¿y de  $f(3.5)$ ? ¿Qué representan estos valores en este contexto?
3. Si  $f(t) = 45$ , ¿cuál es el valor de  $t$ ? ¿Qué representa el valor de  $t$  en este contexto?
4. ¿Por qué factor cambia el costo de los paneles solares de un año al siguiente? (Si tienes dificultades, puedes hacer una tabla).

1. La ecuación  $t = (0.05) \cdot 2^n$  da el grosor,  $t$ , en milímetros de una hoja de papel después de doblarla  $n$  veces.
  - a. ¿Qué representa el número 0.05 en la ecuación?
  - b. Usa tecnología para graficar la ecuación  $t = (0.05) \cdot 2^n$ .
  - c. ¿Cuántos dobleces se necesitan para que el grosor del papel doblado sea mayor que 1 mm? ¿Cuántos dobleces se necesitan para que el grosor sea mayor que 1 cm? Explica cómo lo sabes.
2. El área de una hoja de papel es 93.5 pulgadas cuadradas.
  - a. Encuentra el área que queda visible después de doblar la hoja por la mitad una vez, dos veces y tres veces.
  - b. Escribe una ecuación que exprese el área visible,  $a$ , de la hoja en términos del número de veces,  $n$ , que se ha doblado.
  - c. Usa tecnología para graficar la ecuación correspondiente.
  - d. En este contexto, ¿puede  $n$  tomar valores negativos? Explica tu razonamiento.
  - e. ¿Puede  $a$  tomar valores negativos? Explica tu razonamiento.



### ¿Estás listo para más?

1. Usando el modelo de esta actividad, ¿cuántos dobleces se necesitarán para obtener un grosor de 1 metro? ¿Y para obtener un grosor de 1 kilómetro?
2. Investiga y responde: ¿Cuál es el récord mundial actual del número de veces que una persona dobló una hoja de papel por la mitad?

## Falta de información: Ventas de teléfonos inteligentes

Tu profesor te dará una tarjeta de problema o una tarjeta de datos. No se la muestres ni se la leas a tu compañero.

Si tu profesor te da la tarjeta de problema:

1. Lee en silencio tu tarjeta y piensa en qué información necesitas para responder la pregunta.
2. Pídele a tu compañero la información específica que necesitas. "¿Me puedes decir \_\_\_\_\_?".
3. Explícale a tu compañero cómo vas a usar la información para resolver el problema. "Tengo que saber \_\_\_\_\_ porque...".

Sigue haciendo preguntas hasta que tengas suficiente información para resolver el problema.

4. Cuando tengas suficiente información, comparte la tarjeta de problema con tu compañero y resuelvan el problema individualmente.
5. Lee la tarjeta de datos y discute tu razonamiento con tu compañero.

Si tu profesor te da la tarjeta de datos:

1. Lee en silencio tu tarjeta. Espera a que tu compañero te haga preguntas.
2. Antes de darle cualquier información a tu compañero, pregúntale "¿Por qué necesitas saber \_\_\_\_\_?".
3. Escucha las razones de tu compañero y hazle preguntas aclaratorias. Dale solo la información que está en tu tarjeta. ¡No le ayudes a descifrar nada! Estos pasos se pueden repetir.
4. Cuando tu compañero diga que tiene suficiente información para resolver el problema, lean la tarjeta de problema y resuelvan el problema individualmente.
5. Comparte la tarjeta de datos y discute tu razonamiento con tu compañero.

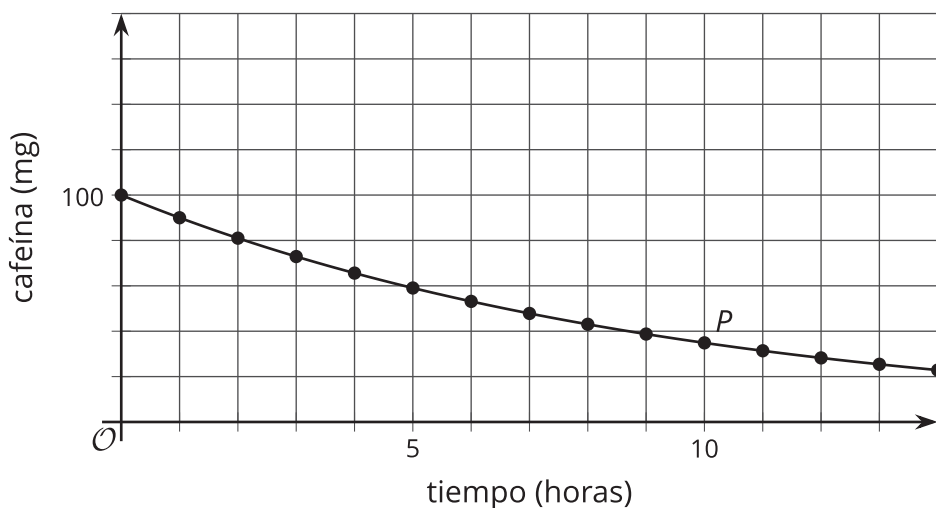
## Resumen de la lección 9

Hemos usado ecuaciones para representar situaciones que se caracterizan por involucrar cambio exponencial. Por ejemplo, para describir la cantidad de cafeína,  $c$ , que hay en el cuerpo de una persona  $t$  horas después de una medición inicial de 100 mg, usamos la ecuación  $c = 100 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^t$ .

Observa que la cantidad de cafeína es una *función* del tiempo, así que otra manera de expresar esta relación es  $c = f(t)$ , donde  $f$  es la función dada por  $f(t) = 100 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^t$ .

Podemos usar esta función para analizar la cantidad de cafeína que hay en el cuerpo. Por ejemplo, cuando  $t$  es 3, la cantidad de cafeína es  $100 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^3$  o  $100 \cdot \frac{729}{1,000}$ , que es igual a 72.9. La afirmación  $f(3) = 72.9$  significa que hay 72.9 mg de cafeína 3 horas después de la medición inicial.

También podemos graficar la función,  $f$ , para comprender mejor lo que ocurre. Por ejemplo, el punto marcado con la letra  $P$  tiene coordenadas aproximadas de  $(10, 35)$ , lo cual nos dice que deben pasar aproximadamente 10 horas después de la medición inicial para que el nivel de cafeína disminuya a 35 mg.



Una gráfica también nos puede ayudar a pensar en los valores del dominio y del rango de una función. Como el cuerpo descompone la cafeína continuamente a lo largo del tiempo, el dominio de la función (el tiempo en horas) puede incluir números no enteros. Por ejemplo, podemos encontrar el nivel de cafeína cuando  $t$  es 3.5. En esta situación, los valores negativos del dominio representan el tiempo *antes* de la medición inicial. Por ejemplo,  $f(-1)$  representa la cantidad de cafeína que hay en el cuerpo de la persona 1 hora antes de la medición inicial. El rango de esta función no incluye valores negativos debido a que una cantidad negativa de cafeína no tiene sentido en esta situación.