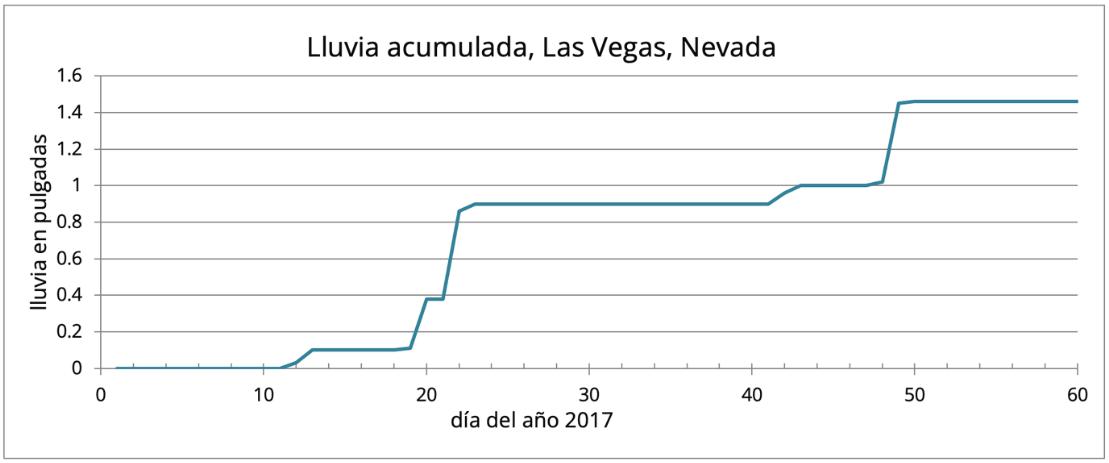
Unidad 9, Lección 8

Situaciones exponenciales vistas como funciones

Exploremos las funciones exponenciales.

8.1 Lluvia en Las Vegas

Esta es una gráfica de la lluvia acumulada en Las Vegas, Nevada, durante los primeros 60 días de 2017.



Usa la gráfica para responder a las siguientes preguntas.

1. ¿Es la cantidad de lluvia acumulada una función del tiempo?

2. ¿Es el tiempo una función de la lluvia acumulada?

8.2 Pan con moho

Clare notó un poco de moho en la última rebanada de pan que había en una bolsa de pan. El área cubierta de moho era de aproximadamente 1 milímetro cuadrado. Ella separó la rebanada, sin tocarla, para observar cómo crecía el moho. El día siguiente, el área cubierta de moho se había duplicado y al día siguiente se había duplicado de nuevo.

1. Si el patrón de duplicación continúa, ¿cuántos milímetros cuadrados estarán cubiertos de moho 4 días después de que Clare lo viera por primera vez? Muestra tu razonamiento.

2. Representa la relación entre el área cubierta de moho, A, en milímetros cuadrados, y el número de días, d, después de que se descubrió el moho. Usa:
   a. una tabla de valores que muestre los valores durante los primeros 5 días desde el día en el que se descubrió el moho

   b. una ecuación

   c. una gráfica

3. Discute con tu compañero: ¿La relación entre el área cubierta de moho y el número de días es una función? Si es así, escribe: "________ es una función de ________". Si no, explica por qué no.

¿Estás listo para más?

¿Cuál crees que es un dominio adecuado para la función del área cubierta de moho? Explica tu razonamiento.

8.3 Funcionalmente hablando

Estas son algunas situaciones que ya hemos visto. Para cada situación:

- Escribe una afirmación de la forma "________ es una función de ________".
- Indica cuál es la variable independiente y cuál es la variable dependiente.
- Usando notación de funciones, escribe una ecuación que represente la situación.

1. 50 bacterias se reproducen por división en un laboratorio de biología. Al cabo de cada hora, a la hora en punto, cada bacteria se divide en dos bacterias.

2. Un automóvil pierde $\frac{1}{3}$ de su valor cada año que pasa. Supongamos que el automóvil nuevo costó $18,000.

3. Unos científicos usan algunos productos de tratamiento para controlar la proliferación de algas en un lago. El día que comienzan el tratamiento, el área cubierta por algas es de 240 yardas cuadradas. Cada día que pasa después de que se inició el tratamiento, una tercera parte del área (en yardas cuadradas) que estaba cubierta de algas el día anterior sigue cubierta de algas. El tiempo, t, se mide en días.

8.4 Decidamos cuál rectángulo de vista usar

La ecuación $m = 20 \cdot (0.8)^h$ modela la cantidad de medicamento, m (en miligramos), en el cuerpo de un paciente como función del número de horas, h, después de una inyección.

1. Sin usar una herramienta para graficar, decide si el rectángulo de vista determinado por las siguientes desigualdades es adecuado para graficar esta función. Explica tu razonamiento.

$$-10 < h < 100$$

$$-100 < m < 1{,}000$$

2. Comprueba tu respuesta. Grafica la ecuación con tecnología y usa ese rectángulo de vista. ¿Qué observas? Dibuja o describe la gráfica.

3. Si la gráfica que obtuviste en la pregunta anterior no te parece adecuada, modifica el rectángulo de vista para que la gráfica sea más útil. Anota las dimensiones de tu rectángulo de vista. Convence a un compañero de que tu nuevo rectángulo de vista es mejor.

Resumen de la lección 8

Las situaciones que hemos visto que se caracterizan por un cambio exponencial se pueden ver como *funciones*. En cada situación, hay una cantidad —una variable independiente— que determina otra cantidad —una variable dependiente—. Son funciones porque a cada valor que tiene sentido de la variable independiente le corresponde uno y solo un valor de la variable dependiente. Las funciones que describen un *cambio exponencial* se llaman **funciones exponenciales**.

Por ejemplo, supongamos que p es la población de cierto grupo de bacterias t horas después de medirla. Para cada tiempo t, hay un único valor para el número de bacterias, así que podemos decir que p es una función de t y lo podemos escribir así: $p = f(t)$.

Si en la primera medición había 100,000 bacterias y la población disminuye de manera que al cabo de cada hora queda $\frac{1}{5}$ de esta, podemos usar notación de funciones para modelar la población de bacterias:

$$f(t) = 100{,}000 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^t$$

Observa que la expresión $a \cdot b^t$ (al lado derecho de la ecuación) tiene la misma forma que las expresiones que ya hemos usado en ecuaciones que representan situaciones de cambio exponencial.

