Unit 9 Family Support Materials

Introducción a las funciones exponenciales

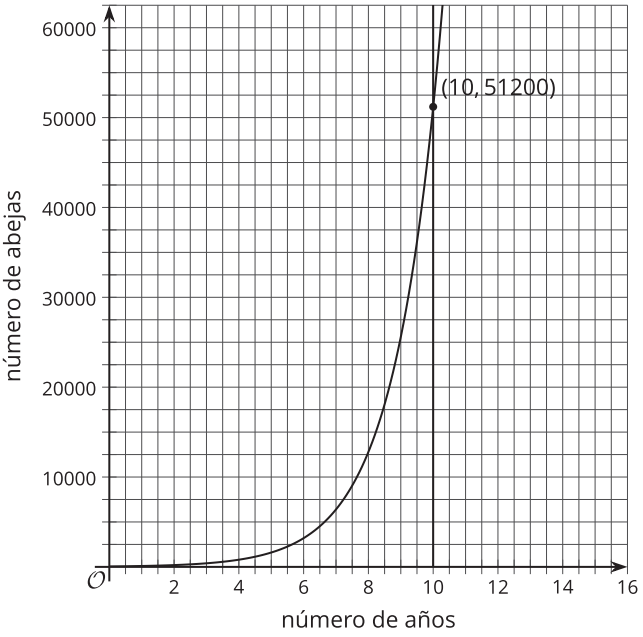
En esta unidad se dan a conocer las relaciones exponenciales. Los estudiantes ya estudiaron las relaciones que los matemáticos llaman relaciones lineales, en las que se comienza con una cantidad y se suma o se resta repetidas veces una misma cantidad. En una relación exponencial, se comienza con una cantidad y se multiplica repetidas veces por una misma cantidad.

Las relaciones exponenciales se representan con ecuaciones de la forma $y = a \cdot b^x$, donde a es la cantidad con la que se empieza, b es el factor de crecimiento por el cual se va a multiplicar cada vez y x es el número de veces que se va a multiplicar por b. Si b es mayor que 1, la cantidad crece. Si b es menor que 1, la cantidad disminuye. Si b es igual a 1, la cantidad permanece igual.

Si inicias con 50 abejas en un apiario (lugar donde están las colmenas de abejas) y el número de abejas se duplica cada año, ¿cuántas abejas tendrás en 5 años? Llamemos y al número de abejas y llamemos x al tiempo en años. La cantidad inicial es 50 abejas y el multiplicador es 2.

$$\begin{aligned} y &= a \cdot b^x \\ &= 50 \cdot 2^5 \\ &= 50 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \\ &= 1{,}600 \text{ abejas al cabo de 5 años} \end{aligned}$$

Aunque la multiplicación funciona bien en una situación como esta, en la que multiplicamos por 2 cinco veces, una gráfica de la situación también puede ser una herramienta útil. Si quisieras saber cuántas abejas tendrías en 10 años, puedes graficar $y = 50 \cdot 2^x$ y ver cuántas abejas hay después de 10 años.



Graficar es particularmente útil si queremos saber qué pasará en un futuro lejano o si queremos saber cuándo va a ocurrir algo (como por ejemplo, cuándo habrá 1 millón de abejas en el apiario).

Esta es una tarea para que trabajen en familia:

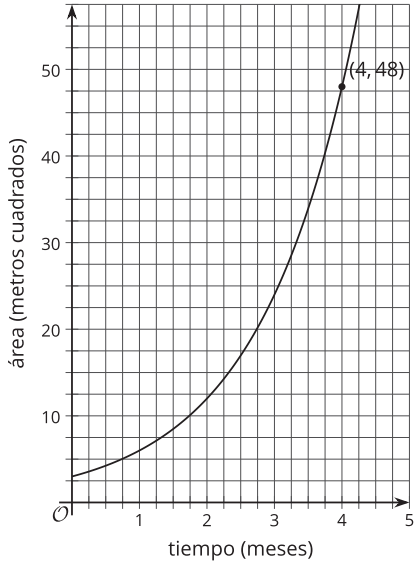
En la Florida tienen problemas con un alga verde tóxica que flota en sus canales, contaminando el agua y matando animales marinos. Kiran vive cerca de un pequeño lago en el sur de la Florida. Un día, vio que el alga flotaba en el lago y que cubría un área de 3 metros cuadrados. Un mes después, el alga se había duplicado y el área cubierta por el alga medía 6 metros cuadrados.

CC BY NC 2024
Illustrative Mathematics®

1. Si el patrón de duplicación continúa, ¿cuántos metros cuadrados del lago cubrirá el alga dentro de 4 meses?
2. Si el patrón de duplicación continúa y el área de superficie del lago es de aproximadamente 1,500 metros cuadrados, ¿dentro de cuántos meses el alga cubrirá completamente el lago?

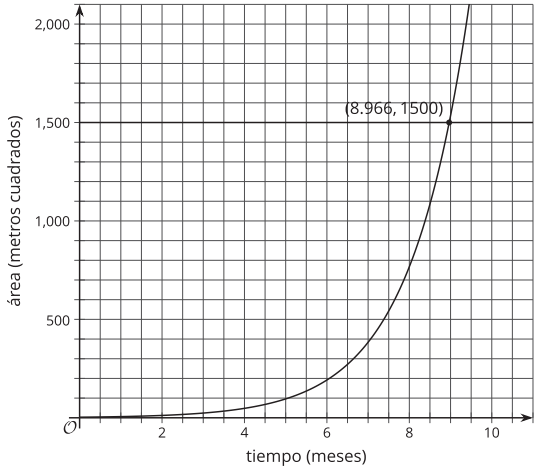
Solución: 1. Podemos resolver este problema usando diversas estrategias. Se puede usar una tabla, una ecuación o una gráfica.

tiempo (meses)	área (metros cuadrados)
0	3
1	6
2	12
3	24
4	48



Llamemos x al tiempo en meses y llamemos y al área cubierta por el alga en metros cuadrados. Así: $y = 3 \cdot 2^x$.
Al reemplazar x por 4 se encuentra que y es 48.

2. Al igual que en la pregunta anterior, hay varias estrategias para averiguar el momento en el cual el alga cubrirá todo el lago. Una forma de hallar el mes consisten en extender la gráfica exponencial, incluir la gráfica de $y = 1{,}500$ y encontrar dónde se intersecan. En un poco menos de 9 meses, el alga cubrirá los 1,500 metros cuadrados del lago.



CC BY NC 2024
Illustrative Mathematics®