Unidad 7, Lección 5

Grafiquemos desigualdades lineales en dos variables (parte 2)

Escribamos desigualdades en dos variables y luego razonemos y hagamos gráficas para entender sus soluciones.

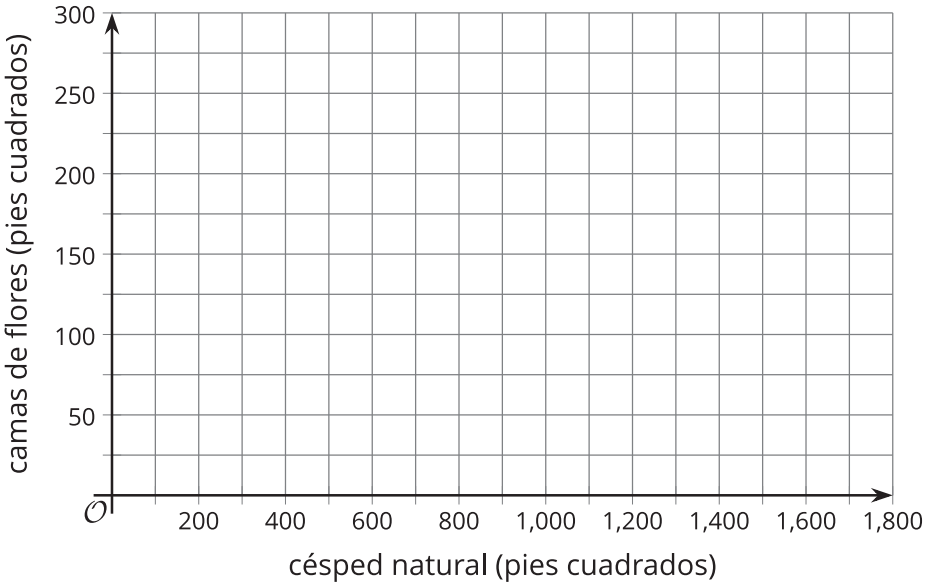
5.1 Opciones para el jardín

La propietaria de una casa hace planes para embellecer su patio con un jardín. Ella planea contratar profesionales para que instalen césped natural en algunas partes del patio y camas de flores en otras partes.

La instalación de césped natural cuesta $2 por pie cuadrado y la instalación de camas de flores cuesta $12 por pie cuadrado. Su presupuesto para el proyecto es $3,000.

1. Escribe una ecuación que represente los pies cuadrados de césped natural, x, y los pies cuadrados de camas de flores, y, que ella podría comprar si usa todo su presupuesto.

2. En el plano de coordenadas, haz una gráfica que represente tu ecuación. Prepárate para explicar tu razonamiento.



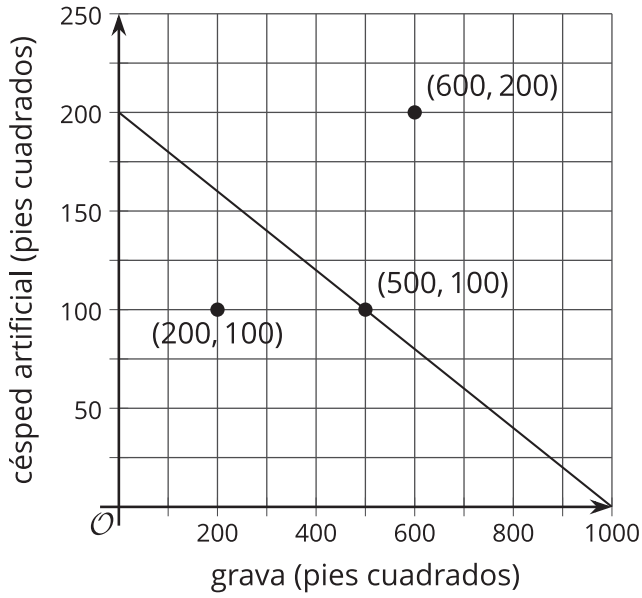
 CC BY NC 2024
Illustrative Mathematics®

5.2 Repensemos lo del jardín

La propietaria de la casa está preocupada por el trabajo que requiere mantener el césped y las camas de flores, por lo que decide averiguar acerca de alternativas que requieran poco mantenimiento.

Ella considera instalar césped artificial, que cuesta $15 por pie cuadrado, y grava, que cuesta $3 por pie cuadrado. Es posible que ella use una combinación de estos dos materiales en diferentes partes del patio. Su presupuesto sigue siendo $3,000.

Esta gráfica representa algunas restricciones de la situación.



1. La gráfica muestra una recta que pasa por $(500, 100)$.
   a. En esta situación, ¿qué significa el punto $(500, 100)$?
   b. Escribe una ecuación que represente la recta.
   c. ¿Qué significan las soluciones de la ecuación?

2. El punto $(600, 200)$ se encuentra a la derecha y arriba de la recta.
   a. ¿La combinación de césped artificial y grava a la que corresponde el punto cumple con las restricciones de la propietaria de la casa? Explica o muestra tu razonamiento.
   b. Escoge otro punto en la misma región (que esté a la derecha y arriba de la recta). Revisa si la nueva combinación cumple con las restricciones de la propietaria de la casa.

3. El punto $(200, 100)$ está ubicado a la izquierda y abajo de la recta.

   a. ¿La combinación de césped artificial y grava a la que corresponde el punto cumple con las restricciones de la propietaria de la casa? Explica o muestra tu razonamiento.

   b. Escoge otro punto en la misma región (que esté a la izquierda y abajo de la recta). Revisa si la nueva combinación cumple con las restricciones de la propietaria de la casa.

4. Escribe una desigualdad que represente las restricciones de esta situación. Explica lo que significan las soluciones y muestra la región solución en la gráfica.

5.3 El mercado de los sábados

Una vendedora en el mercado de los sábados obtiene ganancias de $9 por cada collar que vende y de $5 por cada pulsera que vende.

1. Encuentra una combinación de número de collares y de número de pulseras que ella puede vender para obtener:

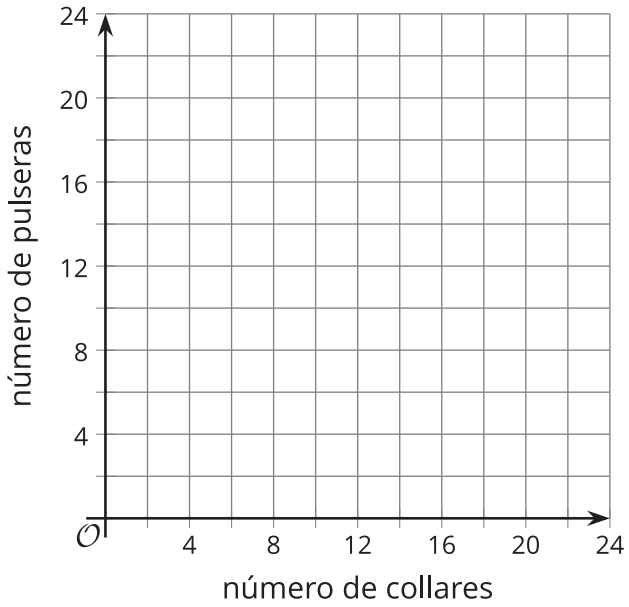
   a. exactamente $100 en ganancias

   b. más de $100 en ganancias

2. Escribe una ecuación cuyas soluciones sean las combinaciones del número de collares y del número de pulseras vendidas que correspondan a obtener exactamente $100 en ganancias.

3. Escribe una desigualdad cuyas soluciones sean las combinaciones del número de collares y del número de pulseras vendidas que correspondan a obtener más de $100 en ganancias.

4. Grafica las soluciones de tu desigualdad.



5. ¿Es $(3, 18.6)$ una solución de la desigualdad? Explica tu razonamiento.

¿Estás listo para más?

1. Escribe una desigualdad en dos variables, x y y, que tenga como solución todo el plano de coordenadas (su solución se representaría sombreando todo el plano de coordenadas).

2. Escribe una desigualdad en dos variables, x y y, que no tenga soluciones (esto se representaría no sombreando ninguna parte del plano de coordenadas).

CC BY NC 2024
Illustrative Mathematics®

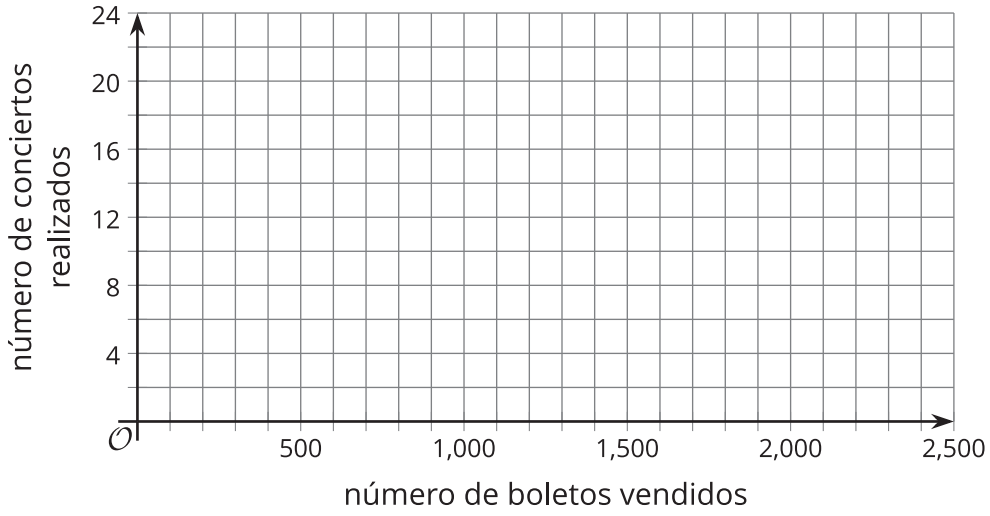
5.4 Conciertos de beneficencia

Con la realización de varios conciertos en un parque, una banda popular intenta recaudar por lo menos $20,000 para donar a organizaciones de beneficencia. Se planea vender cada boleto a $25. Por cada concierto de 2 horas, la banda tiene que pagar a la administración del parque $1,250 por costos de seguridad, aseo y servicios de tráfico.

La banda necesita encontrar las combinaciones del número de boletos vendidos, t, y del número de conciertos realizados, c, que le permitirán alcanzar su objetivo de recolección de fondos.

1. Escribe una desigualdad que represente las restricciones de esta situación.

2. Grafica las soluciones de la desigualdad en el plano de coordenadas.



3. Encuentra dos posibles combinaciones del número de boletos vendidos y del número de conciertos realizados que le permitirían a la banda alcanzar su objetivo.

4. Cuál combinación de boletos y de conciertos representaría *más* dinero para donar a organizaciones de beneficencia:

   a. ¿1,300 boletos y 10 conciertos, o 1,300 boletos y 5 conciertos?

   b. ¿1,600 boletos y 16 conciertos, o 1,200 boletos y 9 conciertos?

   c. ¿2,000 boletos y 4 conciertos, o 2,500 boletos y 10 conciertos?

Resumen de la lección 5

Las desigualdades en dos variables pueden representar restricciones de situaciones de la vida real. Graficar sus soluciones puede permitirnos resolver problemas.

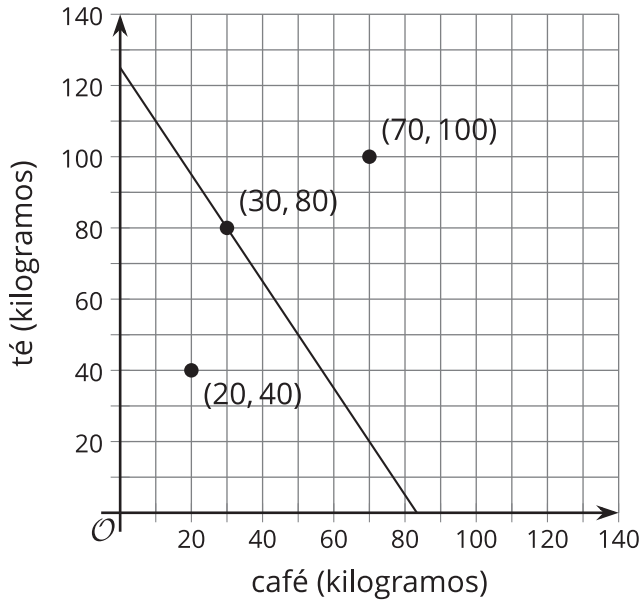
Supongamos que en una tienda de café le compran café y té a un proveedor, y pueden gastar hasta $1,000. Cada kilogramo de café en grano cuesta $12 y cada kilogramo de té cuesta $8.

Con esos costos por kilogramo, comprar c kilogramos de café en grano y t kilogramos de hojas de té costará $12c + 8t$. Para representar la restricción de presupuesto, podemos escribir: $12c + 8t \leq 1{,}000$.

La solución de esta desigualdad es cualquier pareja de c y t que haga que la desigualdad sea verdadera. En esta situación, esto corresponde a una combinación de kilogramos de café y de té que pueden encargar en la tienda de café sin superar el presupuesto de $1,000.

Podemos ensayar con diferentes parejas de c y t para ver cuáles combinaciones cumplen la restricción, pero sería difícil descubrir todas las combinaciones posibles de esta manera. En vez de hacer eso, podemos graficar una ecuación relacionada, $12c + 8t = 1{,}000$, y después identificar cuál región representa todas las soluciones posibles.

Esta es la gráfica de esa ecuación.



Para determinar la región solución, tomemos un punto en la recta y un punto a cada lado de la recta, y veamos cuáles producen afirmaciones que sean verdaderas.

Un punto que está en la recta: $(30, 80)$

$$\begin{aligned} 12(30) + 8(80) &\leq 1{,}000 \\ 360 + 640 &\leq 1{,}000 \\ 1{,}000 &\leq 1{,}000 \end{aligned}$$

Esta última desigualdad es verdadera.

Un punto que está abajo de la recta: $(20, 40)$

$$\begin{aligned} 12(20) + 8(40) &\leq 1{,}000 \\ 240 + 320 &\leq 1{,}000 \\ 560 &\leq 1{,}000 \end{aligned}$$

Esta última desigualdad es verdadera.

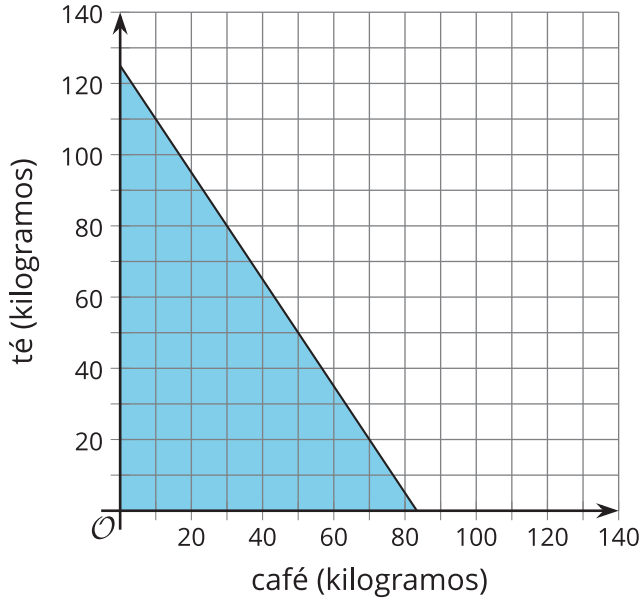
Un punto que está arriba de la recta: $(70, 100)$

$$\begin{aligned} 12(70) + 8(100) &\leq 1{,}000 \\ 840 + 800 &\leq 1{,}000 \\ 1{,}640 &\leq 1{,}000 \end{aligned}$$

Esta última desigualdad es falsa.

Los puntos que están en la recta y en la región abajo de la recta son soluciones de la desigualdad. Sombreemos la región solución.

Es fácil identificar soluciones a partir de la gráfica. Por ejemplo, sin realizar cálculos, podemos ver que $(50, 20)$ es una solución porque está en la región sombreada. Si en la tienda de café encargan 50 kilogramos de café y 20 kilogramos de té, el costo será menor que $1,000.



CC BY NC 2024
Illustrative Mathematics®