Congruencia de triángulos ángulo-lado-ángulo

Intentemos demostrar nuevos teoremas de congruencia de triángulos a partir de otros grupos de medidas, y apliquemos esos teoremas.

7.1 Observa y pregúntate: Aserción

Aserción: Por 2 puntos distintos pasa una única recta. Decimos que dos rectas son *distintas* si existe al menos 1 punto que pertenece a una y no pertenece a la otra. De lo contrario, decimos que son la misma recta. Decimos que dos rectas que no tienen ningún punto en común son *paralelas*.

Conclusión: Dadas dos rectas distintas, o bien son paralelas o bien tienen exactamente 1 punto en común.

¿Qué observas? ¿Qué te preguntas?

7.2 Demostremos el teorema de congruencia de triángulos ángulo-lado-ángulo

1. Dos triángulos tienen 2 parejas de ángulos correspondientes y congruentes, y los lados correspondientes que están entre esos ángulos también son congruentes. Dibuja dos triángulos que cumplan lo anterior.

2. Llama a los triángulos WXY y DEF de manera que el ángulo W sea congruente al ángulo D, el ángulo X sea congruente al ángulo E y el lado WX sea congruente al lado DE.
3. Usa una secuencia de movimientos rígidos que lleve el triángulo WXY al triángulo DEF. En cada paso, explica cómo sabes que uno o más vértices coinciden.

7.3 ¿Qué sabemos con certeza de los paralelogramos?

El cuadrilátero $ABCD$ es un paralelogramo. Por definición, eso significa que el segmento AB es paralelo al segmento CD y el segmento BC es paralelo al segmento AD.

1. Dibuja un paralelogramo $ABCD$ y luego dibuja una recta auxiliar para mostrar cómo se puede descomponer $ABCD$ en 2 triángulos.

2. Demuestra que los 2 triángulos que creaste son congruentes.

3. Escribe un resumen de una o dos frases en el que expliques por qué los lados opuestos del paralelogramo deben ser congruentes.

¿Estás listo para más?

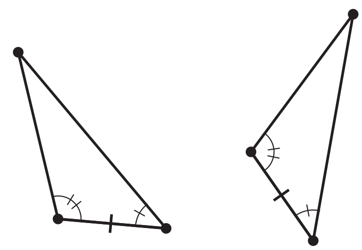
Si A, B y C son 3 vértices consecutivos de un polígono y el triángulo ABC está completamente dentro del polígono, decimos que B es una *oreja* del polígono.

1. ¿Cuántas orejas tiene un paralelogramo?
2. Dibuja un cuadrilátero que tenga menos orejas que un paralelogramo.
3. En 1975, el matemático estadounidense Gary Meisters demostró que todo polígono tiene al menos 2 orejas. Dibuja un hexágono que tenga solo 2 orejas.

Resumen de la lección 7

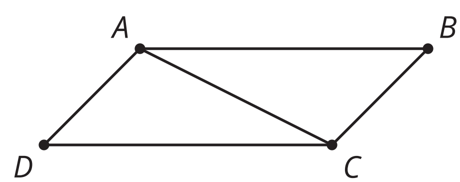
Sabemos que si 2 triángulos tienen 2 parejas de lados correspondientes congruentes y los ángulos correspondientes que forman también son congruentes, entonces los 2 triángulos deben ser congruentes. Pero no siempre sabemos que hay 2 parejas de lados correspondientes congruentes. Por ejemplo, cuando demostramos que los lados opuestos de un paralelogramo eran congruentes, solo teníamos información sobre 1 par de lados congruentes. Por eso necesitamos otras formas de demostrar que dos triángulos son congruentes, además del teorema de congruencia de triángulos lado-ángulo-lado.

Si dos triángulos tienen 2 parejas de ángulos correspondientes congruentes y los lados que hay entre ellos también son congruentes, entonces los dos triángulos deben ser congruentes. Este es el *teorema de congruencia de triángulos ángulo-lado-ángulo*.



Cuando intentes demostrar que dos triángulos son congruentes, observa el diagrama o la información dada y piensa si es más fácil encontrar 2 parejas de ángulos correspondientes congruentes o 2 parejas de lados correspondientes congruentes. Luego, revisa si hay suficiente información para usar el teorema de congruencia de triángulos ángulo-lado-ángulo o el teorema de congruencia de triángulos lado-ángulo-lado.

El teorema de congruencia de triángulos ángulo-lado-ángulo se puede usar para demostrar que los lados opuestos de un paralelogramo son congruentes. Un paralelogramo está definido como un cuadrilátero en el cual hay dos parejas de lados opuestos paralelos.



Podemos demostrar que los triángulos ABC y CDA son congruentes usando el teorema de congruencia de triángulos ángulo-lado-ángulo. Entonces, sabemos que el segmento AD es congruente al segmento CB porque son partes correspondientes de triángulos congruentes.