Unidad 5, Lección 10

Rectas de triángulos

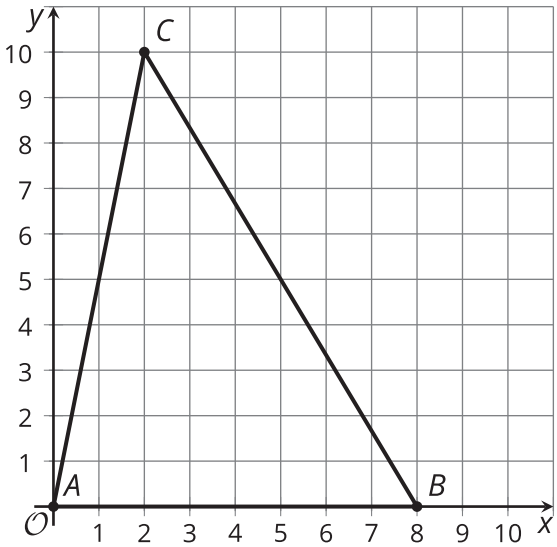
Investiguemos más características de los triángulos.

10.1 Doblemos por la altura

Dibuja un triángulo en papel de calcar. Luego, haz un doblez por la altura que va de cada vértice al lado opuesto.

10.2 Características de las alturas

Este es el triángulo ABC.



1. Encuentra la pendiente de cada lado del triángulo.

2. Encuentra la pendiente de cada altura del triángulo.

3. Dibuja las alturas. Marca con una H el punto de intersección.
4. Escribe las ecuaciones de las 3 alturas.

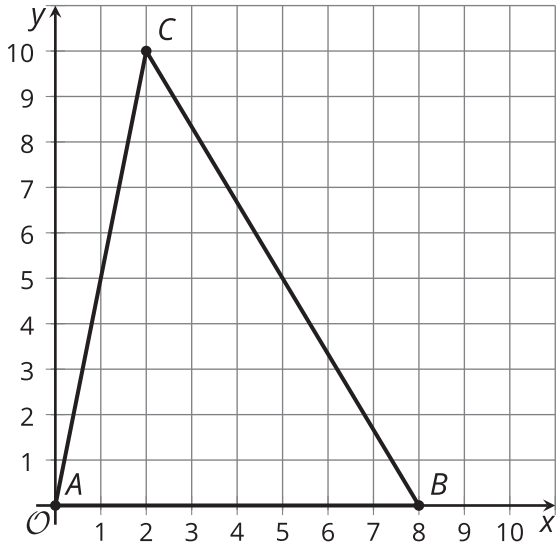
5. Usa las ecuaciones para hallar las coordenadas de H y comprueba algebraicamente que todas las alturas se intersecan en H.

¿Estás listo para más?

Cualquier triángulo ABC se puede trasladar, rotar y dilatar hasta que la imagen A' quede en el origen, B' quede en el punto $(1, 0)$ y C' quede en algún punto (a, b). Usa esta información para demostrar que las alturas de cualquier triángulo se intersecan en el mismo punto.

10.3 Infiltrémonos en las mediatrices

Este es el triángulo ABC.



1. Encuentra el punto medio de cada lado del triángulo.

2. Dibuja las mediatrices. Usa una tarjeta como ayuda para dibujar los ángulos de 90 grados. Marca con una P el punto de intersección.
3. Escribe ecuaciones de las 3 mediatrices.

4. Usa las ecuaciones para hallar las coordenadas de P y comprueba algebraicamente que todas las mediatrices se intersecan en P.

10.4 Recubramos el plano (de coordenadas)

Una teselación cubre todo el plano con figuras que no se sobreponen ni dejan espacios.

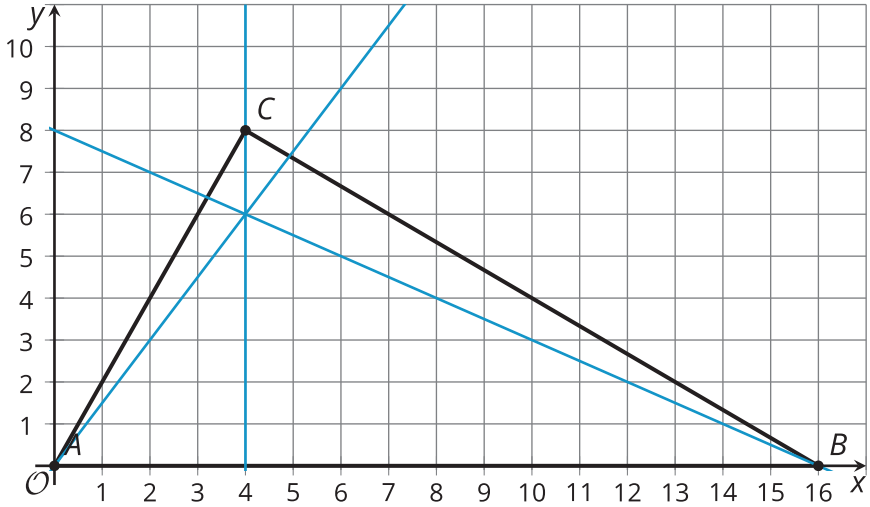
1. Recubre el plano con rectángulos congruentes:
   a. Dibuja los rectángulos en tu cuadrícula.
   b. Escribe las ecuaciones de las rectas que delimitan un rectángulo.

2. Recubre el plano con triángulos rectángulos congruentes:
   a. Dibuja los triángulos rectángulos en tu cuadrícula.
   b. Escribe las ecuaciones de las rectas que delimitan un triángulo rectángulo.

3. Recubre el plano con otras figuras:
   a. Dibuja las figuras en tu cuadrícula.
   b. Escribe las ecuaciones de las rectas que delimitan una de las figuras.

Resumen de la lección 10

Las tres mediatrices de un triángulo siempre se intersecan en un punto. Podemos usar geometría con coordenadas (también conocida como "geometría analítica") para demostrar que las alturas de un triángulo también se intersecan en un punto. Estas son las tres alturas del triángulo ABC, que parecen intersecarse en el punto $(4, 6)$. Si encontramos las ecuaciones de las mediatrices, podemos demostrar que esto es verdadero.



Las pendientes de los lados AB, BC y AC son 0, $-\frac{2}{3}$ y 2, respectivamente. La altura que va de C al lado opuesto es la recta vertical $x = 4$. La pendiente de la altura que va de A al lado opuesto es $\frac{3}{2}$. Como esta altura pasa por $(0, 0)$, su ecuación es $y = \frac{3}{2}x$. La pendiente de la altura que va de B al lado opuesto es $-\frac{1}{2}$. Si extendemos esa altura, vemos que la intersección con el eje y es 8. Por lo tanto, la ecuación de esta altura es $y = -\frac{1}{2}x + 8$.

Ya podemos comprobar que el punto $(4, 6)$ está en las tres alturas, verificando que las tres ecuaciones se cumplen. Al reemplazar, vemos que cada ecuación es verdadera cuando $x = 4$ y $y = 6$.