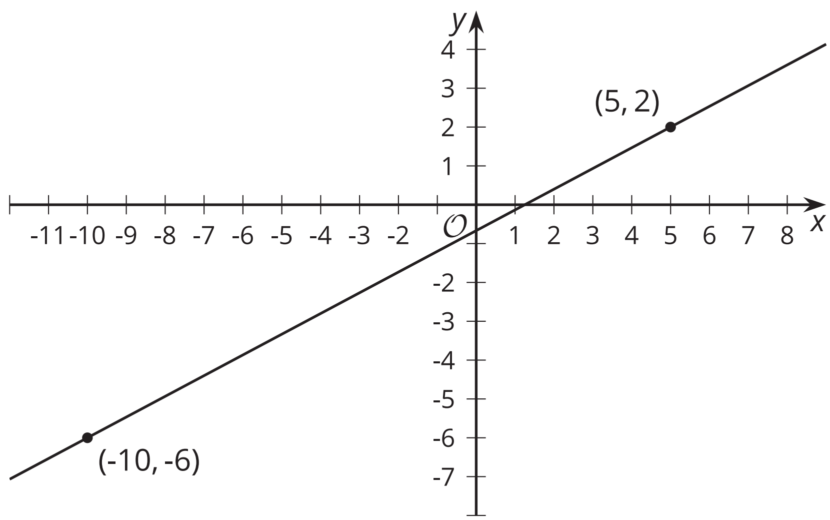
Unidad 5, Lección 4

Ecuaciones de rectas

Investiguemos ecuaciones de rectas.

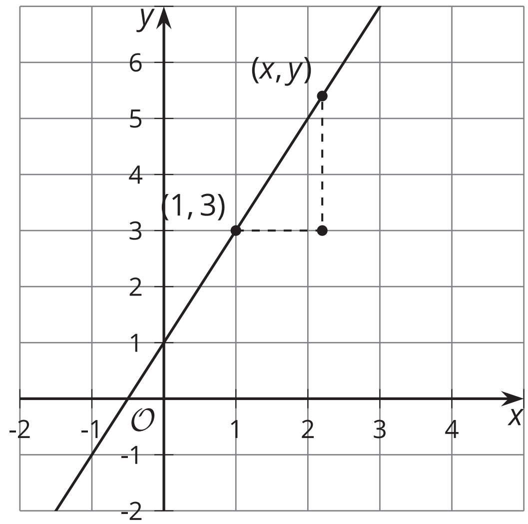
4.1 Recordemos qué es la pendiente



La pendiente de esta recta es $\frac{8}{15}$. Explica cómo sabes que es cierto.

4.2 Construyamos una ecuación de una recta

1. Esta es una recta.



   a. Escribe una ecuación que diga que la pendiente entre los puntos $(1, 3)$ y (x, y) es 2.

   b. Examina esta ecuación: $y - 3 = 2(x - 1)$
   ¿Cómo se relaciona con la ecuación que escribiste?

2. Esta es una ecuación de otra recta: $y - 7 = \frac{1}{2}(x - 5)$

   a. ¿Por qué punto sabes que pasa esta recta?

   b. ¿Cuál es la pendiente de esta recta?

3. Ahora escribamos una ecuación general que podamos usar para cualquier recta. Supongamos que sabemos que una recta pasa por un punto específico, (h, k).

   a. Escribe una ecuación que diga que la pendiente entre los puntos (x, y) y (h, k) es m.

   b. Examina esta ecuación: $y - k = m(x - h)$. ¿Cómo se relaciona con la ecuación que escribiste?

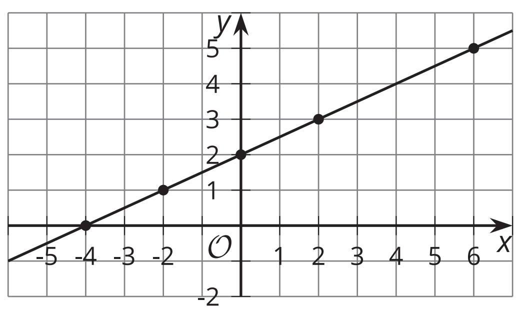
4.3 Usemos la forma punto-pendiente

1. Escribe una ecuación que describa cada recta.
   a. la recta que pasa por el punto $(-2, 8)$, con pendiente $\frac{4}{5}$

   b. la recta que pasa por el punto $(0, 7)$, con pendiente $-\frac{7}{3}$

   c. la recta que pasa por el punto $(\frac{1}{2}, 0)$, con pendiente -1

   d. la recta que se muestra



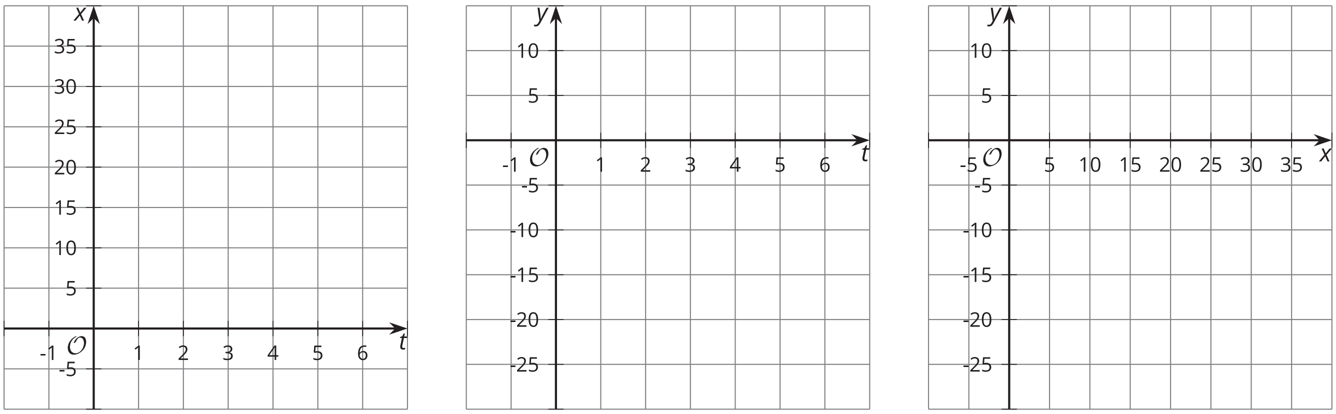
2. Basándote en la estructura de cada ecuación, ¿por qué punto sabes que pasa cada recta?, ¿cuál es la pendiente?
   a. $y - 5 = \frac{3}{2}(x + 4)$

   b. $y + 2 = 5x$

   c. $y = -2(x - \frac{5}{8})$

¿Estás listo para más?

Otra forma de describir una recta, u otras gráficas, es imaginar que las coordenadas cambian con el paso del tiempo. Esto es útil sobre todo si pensamos graficar el movimiento de un objeto. En este ejemplo se describen por separado las coordenadas x y y, cada una en términos del tiempo, t.

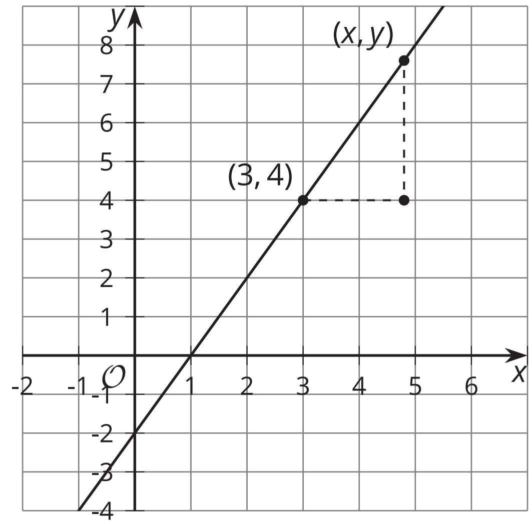


1. En la primera cuadrícula, haz una gráfica de $x = 2 + 5t$ para -$2 \leq t \leq 7$, con x en el eje vertical y t en el eje horizontal.
2. En la segunda cuadrícula, haz una gráfica de $y = 3 - 4t$ para -$2 \leq t \leq 7$, con y en el eje vertical y t en el eje horizontal.
3. En la tercera cuadrícula, haz una gráfica del conjunto de puntos $(2 + 5t, 3 - 4t)$ para -$2 \leq t \leq 7$ en el plano xy.

Resumen de la lección 4

Esta recta se puede definir como el conjunto de puntos que tienen pendiente 2 con respecto al punto $(3,4)$.

Una ecuación que dice que un punto (x, y) tiene pendiente 2 con respecto a $(3,4)$ es $\frac{y-4}{x-3} = 2$. Esta ecuación se puede reorganizar así: $y - 4 = 2(x - 3)$.



Ahora la ecuación está en la **forma punto-pendiente** o $y - k = m(x - h)$, donde:

- (x, y) es cualquier punto de la recta.
- (h, k) es un punto específico de la recta que escogemos para reemplazar en la ecuación.
- m es la pendiente de la recta.

Otras formas de escribir la ecuación de una recta son la forma pendiente-punto de intersección, $y = mx + b$, y la forma estándar, $Ax + By = C$.

Para escribir la ecuación de una recta que pasa por $(3,1)$ y $(0,5)$, primero se halla la pendiente de la recta. La pendiente es $-\frac{4}{3}$ porque $\frac{5-1}{0-3} = -\frac{4}{3}$. Al reemplazar m por este valor, se obtiene $y - k = -\frac{4}{3}(x - h)$. Ahora se puede escoger cualquier punto de la recta para reemplazar (h, k). Si escogemos $(3,1)$, podemos escribir la ecuación de la recta así: $y - 1 = -\frac{4}{3}(x - 3)$.

También podríamos usar el punto $(0,5)$ y obtendríamos $y - 5 = -\frac{4}{3}(x - 0)$. Para ver cómo se relacionan las formas punto-pendiente y pendiente-punto de intersección, podemos reorganizar la ecuación así: $y = -\frac{4}{3}x + 5$. Observa que $(0,5)$ es la intersección de la recta con el eje y. Las gráficas de las tres ecuaciones son iguales.