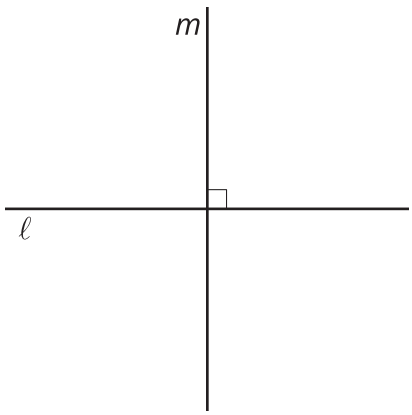
El teorema de la mediatriz

Convenzámonos de que las conjeturas que hicimos sobre las mediatrices deben ser verdaderas.

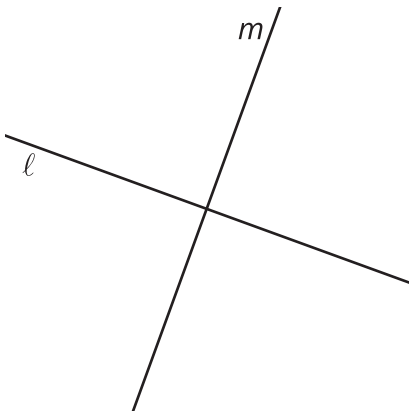
8.1 Cuáles tres van juntos: Rectas que se intersecan

¿Cuáles tres van juntas? ¿Por qué van juntas?

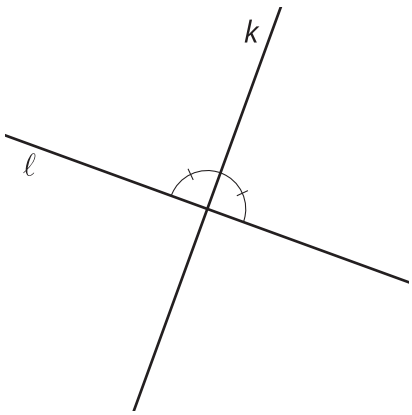
A



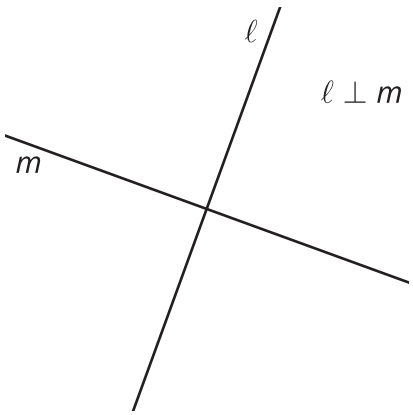
B



C



D



8.2 Muchas rectas (parte 1)

A Diego, Jada y Noah les pidieron demostrar que si un punto C está a la misma distancia de A y de B, entonces C debe estar en la mediatriz de AB.

Lean el guion que les dará su profesor. Después de leer cada frase, decidan si deben añadir algo a cada diagrama (de ser así, añádanlo).

Diagrama de Diego:

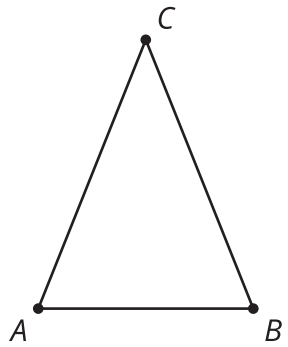


Diagrama de Jada:

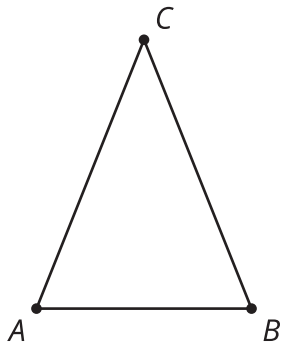
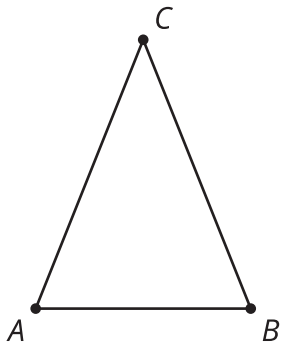


Diagrama de Noah:

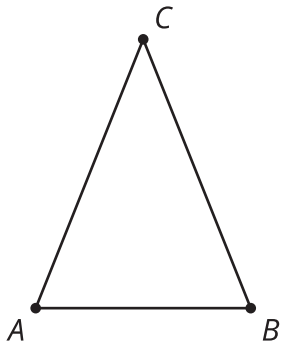


En grupo, elijan alguna de las tres estrategias y discútanla.

1. ¿Qué entiende este estudiante sobre el problema?
2. ¿Qué le preguntarían a este estudiante para ayudarlo a continuar?

8.3 Muchas rectas (parte 2)

Demuestra que si un punto C está a la misma distancia de A y de B, entonces C debe estar en la mediatriz de AB.



¿Estás listo para más?

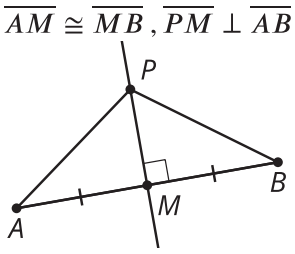
Elena propuso otra estrategia: "Dibujé la recta de reflexión. Si reflejo con respecto a C, entonces A y B van a intercambiar posiciones. Es decir, A' va a coincidir con B y B' va a coincidir con A. C quedará en el mismo lugar. Entonces, los triángulos serán congruentes".

1. ¿Qué retroalimentación le darías a Elena?

2. 2. Básate en la idea de Elena para escribir tu propia explicación.

8.4 Ni tan cerca ni tan lejos

1. Individualmente, escriban un borrador de una demostración de esta afirmación:
   Si P es un punto en la mediatriz de AB, entonces la distancia de P a A es igual a la distancia de P a B.



2. Con su compañero, discutan el borrador que cada uno escribió. Anoten la retroalimentación que reciban.
   - ¿Qué entendió su compañero sobre el problema?
   - ¿Qué le preguntarían a su compañero para ayudarlo a continuar?

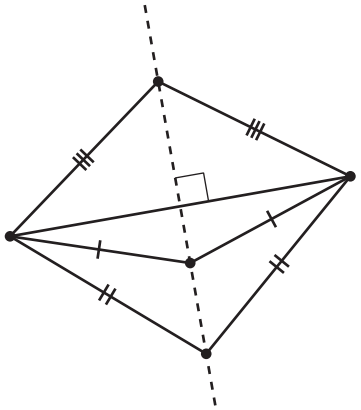
Resumen de la lección 8

La mediatriz de un segmento de recta consta exactamente de todos los puntos que están a la misma distancia de ambos extremos del segmento. Esto significa dos cosas:

- Si un punto está en la mediatriz de un segmento, entonces debe estar a la misma distancia de ambos extremos del segmento.
- Si un punto está a la misma distancia de ambos extremos de un segmento, entonces debe estar en la mediatriz del segmento.

Estas dos afirmaciones son recíprocas. Dos afirmaciones son **recíprocas** si la parte "Si" y la parte "entonces" están intercambiadas. El recíproco de una afirmación verdadera no siempre es verdadero. Pero en este caso, ambas afirmaciones del teorema de la mediatriz son verdaderas.

Una recta de reflexión es la mediatriz de todos los segmentos que conectan los puntos de la figura original con sus puntos correspondientes en la imagen. Por lo tanto, estas tres son la misma recta:



- La mediatriz de un segmento.
- El conjunto de puntos equidistantes de los 2 extremos del segmento.
- La recta de reflexión que lleva cada extremo del segmento al otro extremo, y que lleva el segmento a él mismo.

Es útil saber que la mediatriz de un segmento de recta es el conjunto de puntos que están a la misma distancia de ambos extremos del segmento, porque así:

- Si 2 puntos A y B son equidistantes de los extremos de un segmento, entonces la recta que pasa por A y por B debe ser la mediatriz del segmento (pues 2 puntos definen una única recta).
- Si 2 puntos A y B son equidistantes de los extremos de un segmento, entonces la recta que pasa por A y por B debe ser la recta de reflexión que lleva el segmento a él mismo e intercambia los extremos.
- Si un punto A está en la recta de reflexión, entonces la distancia de A a cualquier punto de la figura original es la misma que la distancia de A al punto correspondiente en la imagen.
- Si un punto A está en la mediatriz de un segmento, entonces A está a la misma distancia de ambos extremos del segmento.