Unidad 8, Lección 10

Dominio y rango (parte 1)

Encontremos todas las entradas y salidas posibles de una función.

10.1 Número de ladridos

El número total de veces que un perro ladra es una función del tiempo, en segundos, desde que su dueño lo amarra con su correa a un poste y se va. En menos de 3 minutos, el dueño regresa, desata la correa y se marcha con el perro.

1. ¿Puede cada uno de estos valores ser una entrada de la función? Prepárate para explicar tu razonamiento.

   15 $\qquad 84\frac{1}{2} \qquad$ 300

2. ¿Puede cada uno de estos valores ser una salida de la función? Prepárate para explicar tu razonamiento.

   15 $\qquad 84\frac{1}{2} \qquad$ 300

10.2 Clasificación de tarjetas: ¿Posible o imposible?

Tu profesor te dará varias tarjetas de números. Decide si cada número es una entrada posible de las siguientes funciones. Organiza las tarjetas en dos grupos: entradas posibles y entradas imposibles. Anota tus decisiones.

1. El área de un cuadrado, en centímetros cuadrados, es una función de su longitud de lado, s, en centímetros. La ecuación $A(s) = s^2$ define esta función.
   a. Entradas posibles:
   b. Entradas imposibles:
2. Una escuela de tenis cobra \$40 a cada estudiante por un día completo de entrenamiento. La escuela solo ofrece el entrenamiento si se inscriben al menos 5 estudiantes y tiene un límite de máximo 16 estudiantes por día. Los ingresos de la escuela, en dólares, son una función del número de estudiantes que se inscriben. La ecuación $R(n) = 40n$ define esta función.
   a. Entradas posibles:

b. Entradas imposibles:

3. La relación entre la temperatura en grados Celsius y la temperatura en kelvin se puede representar con una función k. La ecuación $k(c) = c + 273.15$ define esta función, donde c es la temperatura en grados Celsius y $k(c)$ es la temperatura en kelvin.

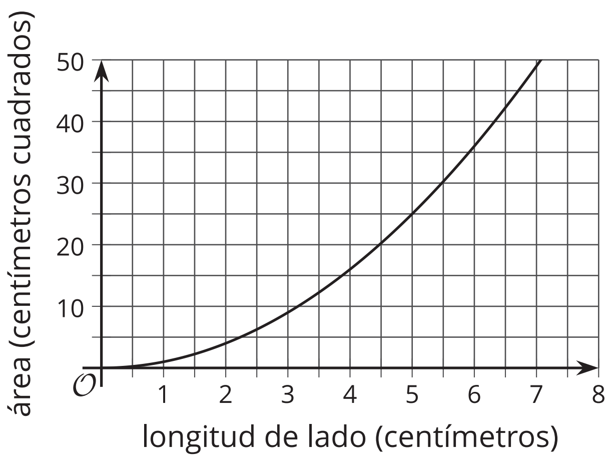
   a. Entradas posibles:

   b. Entradas imposibles:

10.3 ¿Y qué hay de las salidas?

En una actividad anterior, viste la función A, que representa el área de un cuadrado, y la función R, que representa los ingresos de una escuela de tenis. Usa las descripciones de estas funciones para responder las preguntas.

1. Esta gráfica representa la función A, definida por $A(s) = s^2$, donde s es la longitud de lado del cuadrado en centímetros.



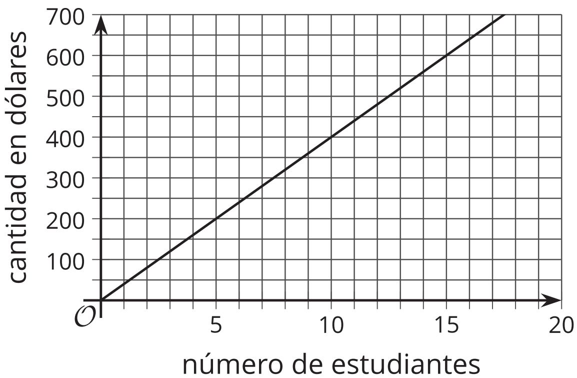
   a. Encuentra tres parejas posibles de entrada y salida de esta función.

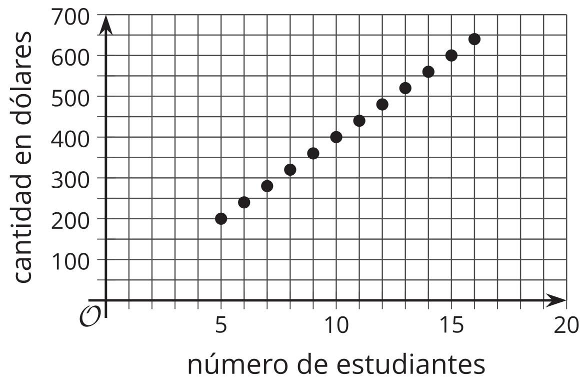
   b. Anteriormente describimos el conjunto de todas las entradas posibles de A como “cualquier número mayor o igual a 0”. ¿Cómo describirías el conjunto de todas las salidas posibles de A?

2. La función R está definida por $R(n) = 40n$, donde n es el número de estudiantes inscritos.

   a. ¿Es 20 una salida posible en esta situación?, ¿y 100? Explica tu razonamiento.

b. Estas dos gráficas relacionan el número de estudiantes inscritos y los ingresos de la escuela en dólares. ¿Qué gráfica podría representar la función R? Explica por qué la otra gráfica no puede representar la función.





c. Describe el conjunto de todas las salidas posibles de R.

¿Estás listo para más?

Si en la escuela de tenis quieren recaudar al menos \$500, ¿cuántos estudiantes deberían tener? Explica cómo se muestra esta información en la gráfica.

10.4 ¿Cuál será el problema?

Considera la función $f(x) = \dfrac{6}{x-2}$.

Para hallar los conjuntos de entradas posibles y salidas posibles, Clare creó una tabla y evaluó f en algunos valores de x. Durante el proceso, tuvo algunas dificultades.

1. Encuentra $f(x)$ para cada valor de x que Clare escribió. Describe qué dificultad pudo haber tenido Clare.

x	-10	0	$\frac{1}{2}$	2	8
$f(x)$					

2. Usa tecnología para graficar la función f. ¿Qué observas en la gráfica?

3. Usa una calculadora para calcular el valor con el que tú y Clare tuvieron dificultades. ¿Qué observas sobre el cálculo?

4. ¿Cómo describirías el **dominio** de la función f?

¿Estás listo para más?

¿Por qué crees que la gráfica de la función f tiene esa forma? ¿Por qué hay dos partes que están separadas en $x = 2$: una que se curva hacia abajo cuando se acerca a $x = 2$ desde la izquierda y otra que se curva hacia arriba cuando se acerca a $x = 2$ desde la derecha?

Evalúa la función f en distintos valores de x que se acerquen a 2 pero que no sean exactamente 2, como 1.8, 1.9, 1.95, 1.999, 2.2, 2.1, 2.05 y 2.001. ¿Qué observas acerca de los valores de $f(x)$ a medida que los valores de x se acercan cada vez más a 2?

Resumen de la lección 10

El **dominio** de una función es el conjunto de todas las entradas posibles. Dependiendo de la situación que se está representando, una función puede recibir todos los números como entradas, o solo un conjunto limitado de números.

- La función A da el área de un cuadrado, en centímetros cuadrados, como función de su longitud de lado, s, en centímetros.
  - La entrada de A puede ser 0 o cualquier número positivo, como 4, 7.5 o $\frac{19}{3}$. No puede ser un número negativo pues una longitud no puede ser negativa.
  - El dominio de A es el 0 y todos los números positivos (que podemos escribir como $s \geq 0$).
- La función q da el número de buses que se necesitan para una excursión escolar como función del número de personas, n, que participan en la excursión.
  - La entrada de q puede ser 0 o un número entero positivo pues no tiene sentido hablar de cantidades de personas negativas o fraccionarias.
  - El dominio de q es el 0 y todos los números enteros positivos. Si hay 120 personas en la escuela, entonces el dominio se limita a los números enteros no negativos que son menores o iguales a 120 (que podemos escribir como $0 \leq n \leq 120$).
- La función v da el número total de visitantes a un parque de diversiones como función de los días transcurridos, d, desde que una nueva atracción se estrenó.
  - La entrada de v puede ser positiva o negativa. Una entrada positiva representa el número de días desde que la nueva atracción se estrenó y una entrada negativa representa el número de días antes de que la nueva atracción se estrenara.
  - La entrada también puede ser un número entero o fraccionario. La expresión $v(17.5)$ representa el número de visitantes que hubo 17.5 días después de que la nueva atracción se estrenó.
  - El dominio de v es todos los números. Si el parque de diversiones hubiera entrado en funcionamiento exactamente un año antes de que la nueva atracción se estrenara, entonces el dominio sería todos los números mayores o iguales a -365 (que podemos escribir como $d \geq$ -365).

El **rango** de una función es el conjunto de todas las salidas posibles. Si conocemos el dominio de una función, podemos decidir qué rango tiene sentido en la situación.

- La salida de la función A es el área de un cuadrado en centímetros cuadrados, la cual no puede ser negativa, pero puede ser mayor o igual a 0 sin estar limitada a los números enteros. El rango de A es 0 y todos los números positivos.
- La salida de q es el número de buses, el cual únicamente puede ser 0 o un número entero positivo. Sin embargo, si hay 120 personas en la escuela y en cada bus caben 30 personas, entonces se necesita máximo 4 buses. El rango que tiene sentido en esta situación es los números enteros del 0 al 4.
- La salida de la función v es el número de visitantes, el cual no puede ser fraccionario o negativo. Por esto, el rango de v es 0 y todos los números enteros positivos.