Unidad 8, Lección 17

Funciones inversas

Definamos funciones hacia adelante y hacia atrás.

17.1 ¿Qué dice?

Este es un mensaje *codificado*, es decir, un mensaje que se transformó en un código.

WRGDB LV D JRRG GDB.

¿Puedes descifrar lo que dice el mensaje en inglés? ¿Cómo crees que se codificó el mensaje?

17.2 César dice: “Desplázate”

1. ¡Es tu turno de escribir un código secreto!

   a. Escribe un mensaje corto y amigable en inglés usando 3 o 4 palabras.

   b. Elige un número del 1 al 10. Después, codifica tu mensaje desplazando cada letra ese número de pasos hacia adelante o hacia atrás en el alfabeto (dando la vuelta de *Z* a *A* de ser necesario).

   Completa estas tablas para registrar las reglas de tu codificación.

posición en el alfabeto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
letra del mensaje	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
letra en tu código													

 CC BY NC 2024 Illustrative Mathematics®

posición en el alfabeto	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
letra del mensaje	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
letra en tu código													

c. Dale tu mensaje codificado a tu compañero para que lo decodifique. Si te lo pide, dale el número que usaste.

d. Decodifica el mensaje de tu compañero. Pídele el número si lo necesitas.

2. Cada letra se puede representar con un número. Por ejemplo, *F* es 6 porque es la sexta letra del alfabeto.

   - Completa las 2 primeras filas de la tabla para convertir las letras a números.
   - Completa la tercera fila sumando o restando el número que escogiste en el problema anterior para encontrar el número de la letra en tu código.
   - Completa la cuarta fila convirtiendo el número de la letra en tu código en una letra.

letra del mensaje	F	I	S	
número de la letra del mensaje m	6			8
número de la letra en tu código c				
letra en tu código				

3. Usa m y c para escribir una ecuación que se pueda usar para *codificar* un mensaje con tu código secreto.

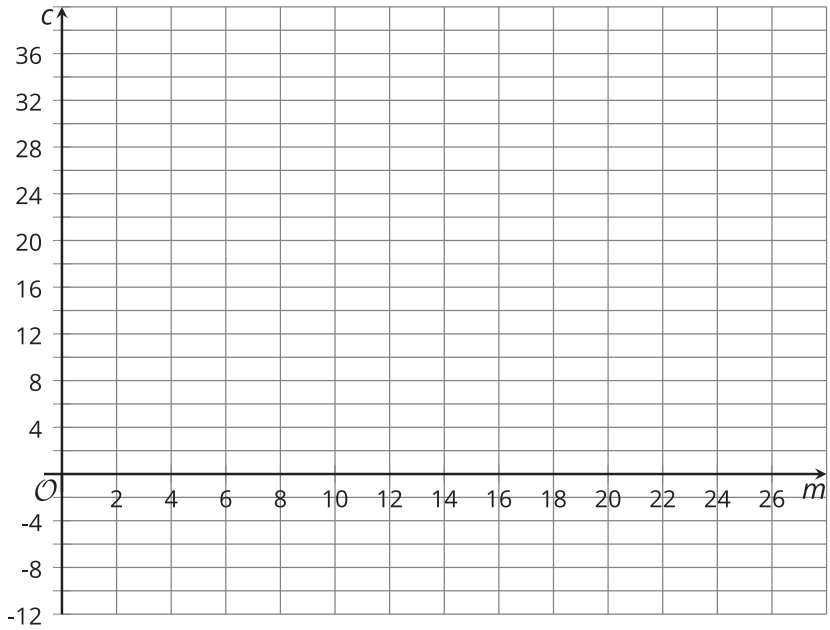
4. Usa m y c para escribir una ecuación que se pueda usar para *decodificar* tu mensaje secreto y revelar el mensaje original.

¿Estás listo para más?

En el alfabeto en inglés hay 26 letras, entonces solo los números del 1 al 26 tienen sentido para m y para c.

1. Trata de usar la ecuación que escribiste para codificar las letras *A*, *B*, *Y* y *Z*. ¿Encontraste números de posición, o valores de c, que son menores que 1 o mayores que 26? ¿A qué letras corresponden?

2. Usa tu ecuación de codificación para graficar los pares de coordenadas (m, c) de todas las letras del alfabeto.



3. Busca los puntos que tienen valores de c menores que 1 o mayores que 26. ¿A qué letras deberían corresponder en el código? Grafica los puntos donde deberían estar, de acuerdo a la regla de tu codificación.

4. ¿Tu última gráfica representa una función definida a trozos? De ser así, ¿puedes describir las distintas reglas que se usan en las distintas partes del dominio de la función?

 CC BY NC 2024
Illustrative Mathematics®

17.3 Yenes japoneses y soles peruanos

Para su viaje a Japón, un viajero peruano cambia unos soles peruanos por yenes japoneses. Le dan 39.77 yenes por cada sol.

Al mismo tiempo, una empresaria japonesa que está en Perú cambia yenes japoneses por soles peruanos a la misma tasa de cambio.

1. Encuentra la cantidad de dinero en yenes que el viajero peruano recibe si cambia:
   a. 100 soles
   b. 500 soles
2. Escribe una ecuación que dé la cantidad de dinero en yenes, y, como función de la cantidad de soles, s, que se cambian.

3. Encuentra la cantidad de dinero en soles que recibe la empresaria japonesa si cambia:
   a. 1,000 yenes
   b. 5,000 yenes
4. Explica por qué puede ser útil escribir la función inversa de la función que escribiste anteriormente. Después, escribe la ecuación que define la función inversa.

Resumen de la lección 17

A veces es útil “invertir” una función para que las salidas se conviertan en las entradas.

Supongamos que Han vive a 400 metros de la escuela y camina todos los días a la escuela. Una función lineal da la distancia de Han a la escuela, D, en metros, después de haber caminado w metros desde casa, y está definida por:

$$D = 400 - w$$

Con esta ecuación, si sabemos w, es decir, cuánto ha caminado Han, podemos encontrar con facilidad la distancia D que le falta para llegar a la escuela. En este caso, w es la entrada y D es la salida.

Pero ¿qué hacemos si sabemos la distancia, D, que le falta caminar a Han para llegar a la escuela y queremos saber cuánto ha caminado, w?

Podemos saberlo si despejamos w:

$$\begin{aligned} D &= 400 - w \\ D + w &= 400 \\ w &= 400 - D \end{aligned}$$

La ecuación $w = 400 - D$ representa la función *inversa* de la función original.

Con esta ecuación, podemos averiguar con facilidad cuánto ha caminado Han desde casa si conocemos la distancia que le falta para llegar a la escuela. En este caso, w y D cambiaron de rol: w es ahora la salida y D es la entrada.

En general, si una función toma a como entrada y da b como su salida, su **función inversa** toma b como entrada y da a como su salida.

 CC BY NC 2024
Illustrative Mathematics®