Unidad 9, Lección 15

Funciones que involucran un cambio porcentual

Investiguemos lo que ocurre cuando le aplicamos repetidamente un aumento porcentual a una cantidad.

15.1 Descuentos fabulosos

Todos los libros de una librería tienen un descuento del 25%. Priya compró un libro que originalmente costaba $32. La cajera aplicó el descuento de la tienda y luego descontó otro 25% al aplicar un cupón que trajo Priya. Sin incluir el impuesto a las ventas, ¿cuánto pagó Priya por el libro? Muestra tu razonamiento.

15.2 Deudas por intereses

Para comprar una computadora nueva, una estudiante recién graduada consigue un préstamo de $450. Ella acepta pagar un interés anual del 18%, que se aplicará a todo el dinero que deba. Ella no hace pagos durante el primer año.

1. ¿Cuánto deberá al cabo de un año? Muestra tu razonamiento.

2. Suponiendo que sigue sin hacer pagos para reducir la deuda, ¿cuánto deberá la estudiante al cabo de dos años?, ¿y al cabo de tres años?

3. Para encontrar la cantidad que se debe al final del tercer año, un estudiante primero escribió:

   $$[\text{Cantidad del año 3}] = [\text{Cantidad del año 2}] + [\text{Cantidad del año 2}] \cdot (0.18)$$

   y al final terminó con

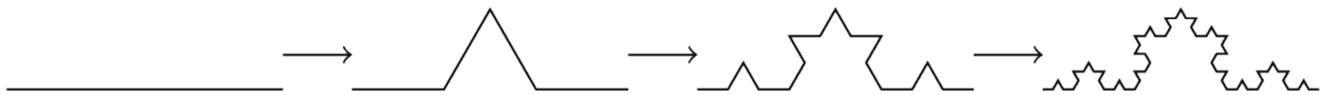
   $$[\text{Cantidad del año 3}] = 450 \cdot (1.18) \cdot (1.18) \cdot (1.18)$$

   ¿La expresión final refleja correctamente la cantidad que se debe al final del tercer año? Explica o muestra tu razonamiento.

4. Escribe una expresión que represente la cantidad que la estudiante debe al cabo de x años si no hace ningún pago para reducir la deuda.

¿Estás listo para más?

Comienza con un segmento de recta de 1 unidad de longitud. Haz una figura nueva así: toma el tercio de la mitad del segmento de recta y reemplázalo por dos segmentos de recta que midan también un tercio de unidad y que se unan en un punto sobre la recta. Reemplaza el tercio del medio de cada uno de los segmentos de recta restantes por dos segmentos, cada uno de la misma longitud que el segmento que reemplazaron, como se muestra en la figura. Repite este proceso una y otra vez.



¿Cuál es la longitud total de la figura después de repetir una vez este proceso (la segunda figura del diagrama)? ¿Después de dos repeticiones? ¿Después de n repeticiones? Experimenta con el valor de tu expresión para valores grandes de n.

15.3 Comparemos préstamos

Supongamos que tres personas piden cada una un préstamo de $1,000, pero cada una paga una tasa de interés anual distinta.

1. Para cada préstamo, escribe una expresión, usando solo multiplicación, que represente la cantidad que se debe al final de cada año si no se hacen pagos para reducir la deuda.

años sin hacer pagos	Préstamo A 12%	Préstamo B 24%	Préstamo C 30.6%
1			
2			
3			
10			
x			

2. Usa tecnología para graficar los valores de las deudas.
3. Según tu gráfica, ¿aproximadamente al cabo de cuántos años se deberá el doble del dinero que se debía al inicio de cada préstamo?

15.4 Comparemos tasas de cambio promedio

Las funciones a, b y c representan la cantidad que se debe (en dólares) de los préstamos A, B y C, respectivamente. La entrada de las funciones es t, el número de años sin hacer pagos para reducir la deuda.

1. Para cada préstamo, encuentra la tasa de cambio promedio de la deuda por año entre:
   a. el inicio del préstamo y el final del segundo año

   b. el final del décimo año y el final del doceavo año

2. Para cada préstamo, compara las dos tasas de cambio promedio que calculaste. ¿Qué puedes decir?

Resumen de la lección 15

Cuando le pedimos dinero prestado a un prestamista, este normalmente nos cobra un *interés* (un porcentaje de la cantidad que nos prestó) como pago por permitirnos usar el dinero. El interés suele calcularse en un intervalo regular de tiempo (por ejemplo, diario, mensual o anual).

Supongamos que alguien recibe un préstamo de $500 con una tasa de interés del 15%, calculada al final de cada año. Si no se hace ningún pago a la deuda, la cantidad que se debe después de un año sería $500 + (0.15) \cdot 500$ o $500 \cdot (1 + 0.15)$. Si tampoco se hacen pagos durante el segundo año, la cantidad que se debe aumentaría en otro 15%. La tabla muestra el cálculo de la cantidad que se debe durante los tres primeros años.

tiempo en años	cantidad que se debe en dólares
1	$500 \cdot (1 + 0.15)$
2	$500 \cdot (1 + 0.15)(1 + 0.15)$ o $500 \cdot (1 + 0.15)^2$
3	$500 \cdot (1 + 0.15)(1 + 0.15)(1 + 0.15)$ o $500 \cdot (1 + 0.15)^3$

Este patrón continúa. Cada año adicional implica multiplicar por otro factor de $(1 + 0.15)$. Si no se hacen pagos, después de t años la deuda en dólares está dada por la expresión:

$$500 \cdot (1 + 0.15)^t$$

En esta representación, podríamos dejar el factor de crecimiento como $(1 + 0.15)$ en vez de escribir el total, 1.15, para que sea más fácil ver el aumento porcentual. En otras situaciones, puede que tenga sentido escribir 1.15, dependiendo de qué se esté enfatizando. Dado que las funciones exponenciales eventualmente crecen muy rápido, no pagar una deuda puede resultar muy costoso.

