Unidad 8, Lección 19

Encontremos funciones inversas para resolver problemas

Usemos funciones inversas para resolver problemas.

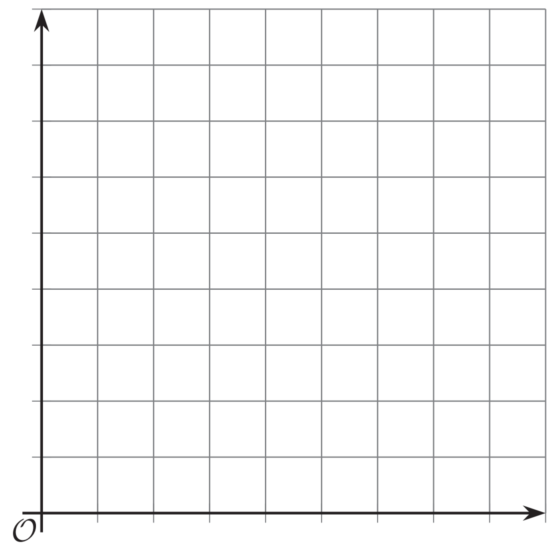
19.1 Agua en un tanque

La función w representa la relación entre el tiempo t, en minutos, y la cantidad de agua que hay en cierto tanque, en litros. La ecuación $w(t) = 80 - 2.5t$ define esta función.

1. Discute con un compañero:

    a. ¿Cómo cambia la cantidad de agua que hay en el tanque? Sé tan preciso como puedas.

    b. ¿Qué representa $w(t)$? ¿Es $w(t)$ la entrada o la salida de esta función?



2. Dibuja la gráfica de la función. Asegúrate de marcar los ejes.

19.2 Otra mirada al tanque

Un tanque tiene 80 litros de agua. La función w representa la relación entre el tiempo t, en minutos, y la cantidad de agua que hay en el tanque, en litros. La ecuación $w(t) = 80 - 2.5t$ define esta función.

1. ¿Cuánta agua habrá en el tanque después de 13 minutos?

2. ¿Al cabo de cuántos minutos habrá solo 5 litros de agua en el tanque?

3. En esta situación, ¿qué información nos daría la función inversa de w?

4. Encuentra la función inversa de w. Prepárate para explicar o mostrar tu razonamiento.

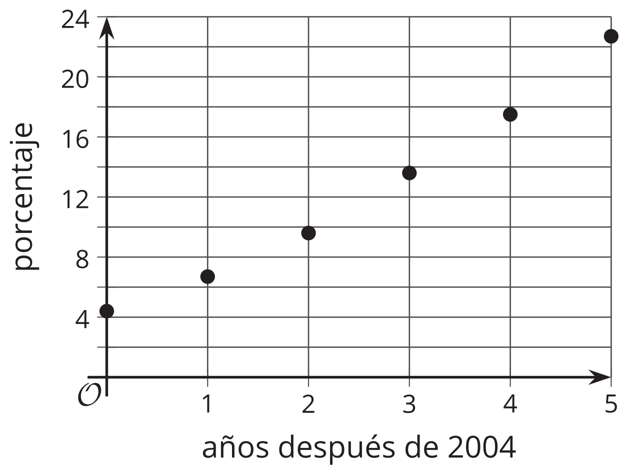
5. ¿Cómo crees que la gráfica de la inversa de w se relaciona con la gráfica de w? Describe o dibuja cómo crees que se relacionan.

19.3 Teléfonos en hogares

En el año 2004, menos del 5% de los hogares en los Estados Unidos tenían una línea telefónica de celular en vez de una línea telefónica fija. Desde ese entonces, el porcentaje de hogares que solo usa líneas telefónicas de celular ha aumentado.

Estos son los porcentajes de hogares que solo tenían líneas telefónicas de celular del 2004 al 2009.

años después de 2004	porcentaje
0	4.4
1	6.7
2	9.6
3	13.6
4	17.5
5	22.7



1. Supongamos que una función lineal, P, da el porcentaje de hogares que solo tienen líneas telefónicas de celular como función del número de años después de 2004, t.

   Encuentra una recta que se ajuste al diagrama de dispersión y que represente esta función. Escribe una ecuación que defina la función. Usa notación de funciones.

2. Usa tu ecuación para hallar el valor de $P(6)$. Explica qué significa ese valor en esta situación.

3. Usa tu ecuación para despejar t en la ecuación $P(t) = 30$. ¿Qué representa la solución que encontraste?

4. Supongamos que queremos saber cuántos años después de 2004 el porcentaje de hogares que solo tienen líneas telefónicas de celular va a llegar a 50%, 75% o 100% (suponiendo que la tendencia se mantenga y la función siga siendo válida). ¿Qué ecuación podemos escribir para encontrar los años que corresponden a esos porcentajes? Muestra tu razonamiento.

¿Estás listo para más?

¿Qué tan bien crees que tu modelo podrá predecir el porcentaje de hogares que solo tienen líneas telefónicas de celular en el futuro, por ejemplo, en una o dos décadas? Explica tu razonamiento.

Resumen de la lección 19

El agua de lluvia que hay en un barril se usa para regar las plantas de un jardín. La función v da el volumen de agua que queda en el barril, en galones, t minutos después de que se empezó a usar el agua. Esta ecuación representa la función:

$$v(t) = 60 - 2.25t$$

A partir de la ecuación y la descripción, vemos que al comienzo había 60 galones de agua en el barril y que se vaciaba a una tasa constante de 2.25 galones por minuto.

Esta ecuación es útil para encontrar la cantidad de agua que queda en el barril después de cierto número de minutos. En otras palabras, nos permite encontrar la salida, $v(t)$, cuando conocemos la entrada, t.

Supongamos que queremos saber cuántos minutos deben transcurrir para que queden 20 galones de agua en el barril o saber en cuánto tiempo se va a desocupar el barril. Encontremos la inversa de la función v para que el volumen de agua sea la entrada y el tiempo sea la salida.

Podemos despejar t como lo hemos hecho antes aunque en la ecuación se use notación de funciones:

$$\begin{aligned} v(t) &= 60 - 2.25t \\ v(t) + 2.25t &= 60 \\ 2.25t &= 60 - v(t) \\ t &= \frac{60 - v(t)}{2.25} \end{aligned}$$

Esta ecuación ahora nos da t como la salida y $v(t)$ como la entrada. Podemos encontrar o estimar fácilmente en cuánto tiempo van a quedar 20 galones en el barril reemplazando $v(t)$ por 20 y luego evaluando $\frac{60-20}{2.25}$. También podemos encontrar en cuánto tiempo van a quedar 0 galones reemplazando $v(t)$ por 0 y luego evaluando $\frac{60-0}{2.25}$.