Usemos gráficas para encontrar la tasa de cambio promedio

Midamos qué tan rápido cambia la salida de una función.

7.1 Cae la temperatura

Estas son las temperaturas registradas en tres horas distintas de un día de invierno.

hora	4 p.m.	6 p.m.	10 p.m.
temperatura	25°F	17°F	8°F

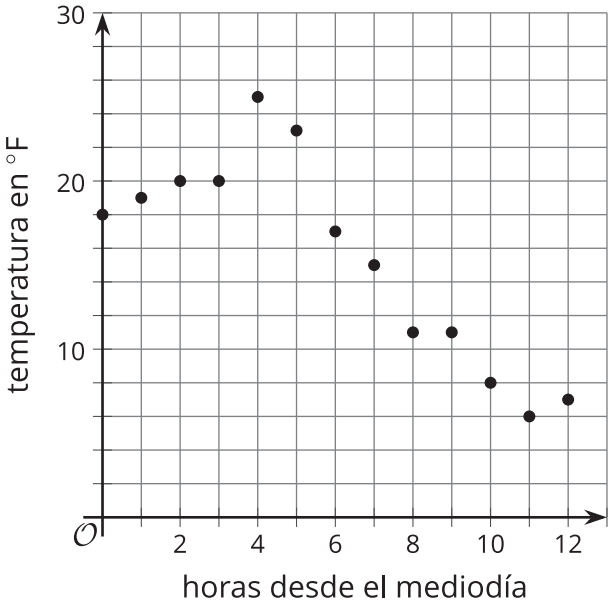
- Tyler dice que la temperatura cayó más rápido entre las 4 p.m. y las 6 p.m.
- Mai dice que la temperatura cayó más rápido entre las 6 p.m. y las 10 p.m.

¿Con quién estás de acuerdo? Explica tu razonamiento.

7.2 Cae un poco más

La tabla y la gráfica muestran de forma más completa los cambios de temperatura en el mismo día de invierno. La función T da la temperatura en grados Fahrenheit, h horas después del mediodía.

h	$T(h)$
0	18
1	19
2	20
3	20
4	25
5	23
6	17
7	15
8	11
9	11
10	8
11	6
12	7



1. Encuentra la **tasa de cambio promedio** para los siguientes intervalos. Explica o muestra tu razonamiento.
   a. entre el mediodía y la 1 p.m.

   b. entre el mediodía y las 4 p.m.

   c. entre el mediodía y la medianoche

2. ¿Recuerdas el desacuerdo entre Mai y Tyler? Usa la tasa de cambio promedio para mostrar en cuál de los intervalos de tiempo —de 4 p.m. a 6 p.m. o de 6 p.m. a 10 p.m.— hubo una caída más rápida de la temperatura.

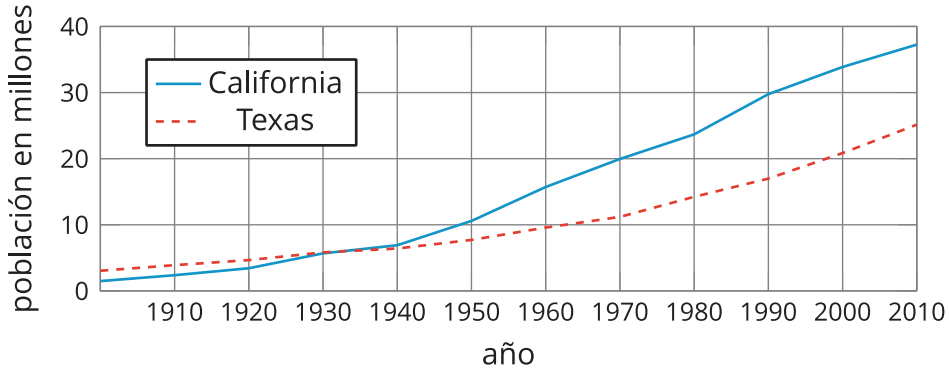
¿Estás listo para más?

1. ¿En qué intervalo la temperatura disminuyó más rápido?

2. ¿En qué intervalo la temperatura aumentó más rápido?

7.3 Poblaciones de dos estados

Las gráficas muestran las poblaciones de California y Texas con el paso del tiempo.



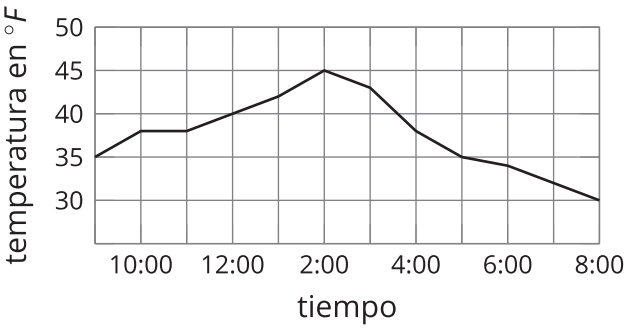
1. a. Estima la tasa de cambio promedio de la población de cada estado entre 1970 y 2010. Muestra tu razonamiento.

   b. En esta situación, ¿qué significa cada tasa de cambio?

2. ¿Cuál población creció más rápido entre 1900 y 2000? Muestra tu razonamiento.

Resumen de la lección 7

Esta es una gráfica de la temperatura de un día como función del tiempo.



La temperatura era 35°F a las 9 a.m. y 45°F a las 2 p.m. Durante esas 5 horas hubo un aumento de 10°F.

Sin embargo, el aumento no fue constante. La temperatura subió entre las 9 a.m. y las 10 a.m. Luego, se mantuvo igual durante una hora y después subió de nuevo.

- En promedio, ¿qué tan rápido estaba subiendo la temperatura entre las 9 a.m. y las 2 p.m.?

  Calculemos la **tasa de cambio promedio** y midamos el cambio de temperatura por cada hora. Para hacerlo, encontramos la diferencia de la temperatura entre las 9 a.m. y las 2 p.m. y la dividimos entre el número de horas de ese intervalo.

$$\text{tasa de cambio promedio} = \frac{45-35}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

  En promedio, la temperatura entre las 9 a.m. y las 2 p.m. aumentó 2°F cada hora.

- ¿Qué tan rápido estaba bajando la temperatura entre las 2 p.m. y las 8 p.m.?

$$\text{tasa de cambio promedio} = \frac{30-45}{6} = \frac{\text{-}15}{6} = \text{-}2.5$$

  En promedio, la temperatura entre las 2 p.m. y las 8 p.m. bajó 2.5°F cada hora.

En general, podemos calcular la tasa de cambio promedio de una función f, entre los valores de entrada a y b, dividiendo la diferencia de las entradas entre la diferencia de las salidas.

$$\text{tasa de cambio promedio} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

Si los dos puntos de la gráfica de la función son $(a, f(a))$ y $(b, f(b))$, la tasa de cambio promedio es la pendiente de la recta que une los dos puntos.

