Unidad 4, Lección 7

Expliquemos los pasos para reescribir ecuaciones

Pensemos en por qué algunos pasos para reescribir ecuaciones son válidos, pero otros pasos no.

7.1 Conversación matemática: ¿Podría ser cero?

En cada caso, ¿es 0 una solución de la ecuación?

- $4(x+2)=10$
- $12-8x=3(x+4)$
- $5x=\frac{1}{2}x$
- $\frac{6}{x}+1=8$

7.2 Expliquemos movidas aceptables

Estas son unas parejas de ecuaciones. Mientras un compañero escucha, el otro compañero debe:

- Escoger una pareja de ecuaciones de la columna A. Explicar por qué si x es un número que hace que la primera ecuación sea verdadera, entonces también hace que la segunda ecuación sea verdadera.
- Escoger una pareja de ecuaciones de la columna B. Explicar por qué la segunda ecuación ya no es verdadera para un valor de x que hace que la primera ecuación sea verdadera.

Después, intercambien roles. Háganlo hasta que se acabe el tiempo o se acaben las parejas de ecuaciones.

	A	B
1.	$16 = 4(9 - x)$ $16 = 36 - 4x$	$9x = 5x + 4$ $14x = 4$
2.	$5x = 24 + 2x$ $3x = 24$	$\frac{1}{2}x - 8 = 9$ $x - 8 = 18$
3.	$-3(2x + 9) = 12$ $2x + 9 = -4$	$6x - 6 = 3x$ $x - 1 = 3x$
4.	$5x = 3 - x$ $5x = -x + 3$	$-11(x - 2) = 8$ $x - 2 = 8 + 11$
5.	$18 = 3x - 6 + x$ $18 = 4x - 6$	$4 - 5x = 24$ $5x = 20$

7.3 No funciona!

Noah tiene problemas para resolver dos ecuaciones. En cada caso, él sigue los pasos que cree que son aceptables, pero termina con una afirmación que claramente no es verdadera.

En cada ecuación, analiza el trabajo de Noah y las movidas que hizo. ¿Son movidas aceptables? ¿Por qué piensas que él termina con una ecuación falsa?

Discute tus observaciones con tu grupo y prepárate para compartir tus conclusiones. Si tienes dificultades, puedes resolver cada ecuación.

1.
$$\begin{aligned} x+6 &= 4x+1-3x && \text{ecuación original} \\ x+6 &= 4x-3x+1 && \text{aplicar la propiedad conmutativa} \\ x+6 &= x+1 && \text{agrupar términos semejantes} \\ 6 &= 1 && \text{restar } x \text{ a cada lado} \end{aligned}$$

2.
$$\begin{aligned} 2(5+x)-1 &= 3x+9 && \text{ecuación original} \\ 10+2x-1 &= 3x+9 && \text{aplicar la propiedad distributiva} \\ 2x-1 &= 3x-1 && \text{restar 10 a cada lado} \\ 2x &= 3x && \text{sumar 1 a cada lado} \\ 2 &= 3 && \text{dividir cada lado entre } x \end{aligned}$$

¿Estás listo para más?

1. No podemos dividir el número 100 entre cero porque la división entre cero es indefinida. Analicemos por qué.

   a. Divide 100 entre 10, entre 1, entre 0.1 y entre 0.01. ¿Qué ocurre a medida que divides entre números más pequeños?

   b. Ahora divide el número -100 entre 10, entre 1, entre 0.1 y entre 0.01. ¿En qué se parecen y en qué se diferencian?>

2. Los diagramas de cinta se pueden usar para representar la división. Este diagrama de cinta muestra que $6 \div 2 = 3$.

2	2	2

   a. Dibuja un diagrama de cinta que muestre por qué $6 \div \frac{1}{2} = 12$.

   b. Intenta dibujar un diagrama de cinta que represente $6 \div 0$. Explica por qué es tan difícil.

Resumen de la lección 7

Cuando resolvemos una ecuación, a veces terminamos con una ecuación falsa en lugar de una solución. Examinemos dos ejemplos.

Ejemplo 1: $4(x+1)=4x$

Estos son dos intentos para resolverla.

$4(x+1)=4x$	ecuación original	$4(x+1)=4x$	ecuación original
$x+1=x$	dividir cada lado entre 4	$4x+4=4x$	aplicar la propiedad distributiva
$1=0$	restar x a cada lado	$4=0$	restar $4x$ a cada lado

Cada intento muestra movidas aceptables, pero la ecuación final es una afirmación falsa. ¿Por qué razón?

Cuando resolvemos una ecuación, normalmente empezamos suponiendo que hay al menos un valor que hace que la ecuación sea verdadera. La ecuación $4(x+1)=4x$ se puede interpretar como: 4 grupos de $(x+1)$ son iguales a 4 grupos de x. No hay valores de x que puedan hacer que esto sea verdadero.

Por ejemplo, si $x=10$, entonces $x+1=11$. No es posible que 4 veces 11 sea igual a 4 veces 10. Asimismo, 1.5 es 1 más que 0.5, pero 4 grupos de 1.5 no pueden ser iguales a 4 grupos de 0.5.

Por esto, las movidas que se hicieron para resolver la ecuación no dan una solución. La ecuación $4(x+1)=4$ no tiene soluciones.

Ejemplo 2: $2x-5=\frac{x-20}{4}$

$2x-5=\frac{x-20}{4}$	ecuación original
$8x-20=x-20$	multiplicar cada lado por 4
$8x=x$	sumar 20 a cada lado
$8=1$	dividir cada lado entre x

Cada paso del proceso parece aceptable, pero la última ecuación es una afirmación falsa.

No es fácil saber a partir de la ecuación original si esta tiene una solución o no, pero si examinamos la ecuación equivalente $8x=x$, podemos ver que 0 podría ser una solución. Cuando x es 0, la ecuación es $0=0$, que es una afirmación verdadera. ¿Qué sucede?

La última movida del proceso para resolverla fue dividir entre x. Dado que 0 podría ser el valor de x y dividir entre 0 da un número indefinido, por lo general, no dividimos entre la variable que estamos resolviendo. Si lo hacemos, podríamos dejar de lado una solución, es decir $x=0$.

Estas son dos formas de resolver la ecuación una vez que llegamos a $8x=x$:

$8x=x$		$8x=x$	
$7x=0$	restar x a cada lado	$0=-7x$	restar $8x$ a cada lado
$x=0$	dividir cada lado entre 7	$0=x$	dividir cada lado entre -7