Unidad 4, Lección 12

Escribamos y grafiquemos sistemas de ecuaciones lineales

Recordemos lo que significa solucionar un sistema de ecuaciones lineales y cómo hacerlo con gráficas.

12.1 Conversación matemática: ¿Es una mezcla posible?

Diego compró uvas pasas y nueces para hacer una mezcla de frutos secos.

Cada libra de uvas pasas cuesta \$4 y cada libra de nueces cuesta \$8. Diego gastó \$15 en ambos ingredientes.

Decide si cada par de valores puede ser la combinación de uvas pasas y nueces que Diego compró.

- 4 libras de uvas pasas y 2 libras de nueces
- 1 libra de uvas pasas y 1.5 libras de nueces
- 2.25 libras de uvas pasas y 0.75 libras de nueces
- 3.5 libras de uvas pasas y 1 libra de nueces

12.2 Mezcla de frutos secos

1. Esta es una situación que viste antes: Diego compró uvas pasas y nueces para hacer una mezcla de frutos secos. Cada libra de uvas pasas cuesta \$4 y cada libra de nueces cuesta \$8. Diego gastó \$15 en ambos ingredientes.
   a. Escribe una ecuación que represente esta restricción. Llama x a las libras de uvas pasas y llama y a las libras de nueces.

   b. Usa tecnología para graficar la ecuación.
   c. Completa la tabla con la cantidad de un ingrediente que Diego podría haber comprado teniendo en cuenta la cantidad que se da para el otro. Prepárate para explicar o mostrar tu razonamiento.

uvas pasas (libras)	nueces (libras)
0	
0.25	
	1.375
	1.25
1.75	
3	

2. Esta es nueva información: el peso total de lo que compró Diego fue 2 libras.

   a. Escribe una ecuación que represente esta nueva restricción. Llama x a las libras de uvas pasas y llama y a las libras de nueces.

   b. Usa tecnología para graficar la ecuación.

   c. Completa la tabla con la cantidad de un ingrediente que Diego podría haber comprado teniendo en cuenta la cantidad que se da para el otro. Prepárate para explicar o mostrar tu razonamiento.

uvas pasas (libras)	nueces (libras)
0	
0.25	
	1.375
	1.25
1.75	
3	

3. Diego gastó $15 y compró exactamente 2 libras de uvas pasas y de nueces. ¿Cuántas libras de cada fruto compró Diego? Explica o muestra cómo lo sabes.

12.3 Cumplamos con las restricciones

Estas son algunas situaciones que relacionan dos cantidades y tienen dos restricciones. En cada situación, encuentra el par de valores que cumplen con ambas restricciones. Explica o muestra tu razonamiento.

1. En una cafetería hay 25 mesas. Algunas mesas son rectangulares y largas, y otras mesas son redondas. Las mesas largas tienen 8 puestos. Las mesas redondas tienen 6 puestos. En una noche con muchos visitantes, todos los 190 puestos estaban ocupados.

   ¿Cuántas mesas largas, x, y cuántas mesas redondas, y, hay en la cafetería?

2. Una familia compró boletos para adulto y boletos para niño para un espectáculo de magia. En total, compraron 16 boletos. Cada boleto para adulto costó $10.50 y cada boleto para niño costó $7.50. La familia pagó $141 en total.

   ¿Cuántos boletos para adulto, a, y cuántos boletos para niños, c, compraron?

3. En una tienda de afiches, Han pagó $16.80 por 2 afiches grandes y 3 afiches pequeños de su banda favorita. Kiran pagó $14.15 por un afiche grande y 4 afiches pequeños de sus programas de televisión favoritos. Los afiches del mismo tamaño tienen el mismo precio.

   Encuentra el precio de un afiche grande, ℓ, y el precio de un afiche pequeño, s.

¿Estás listo para más?

1. Inventa ecuaciones para dos rectas que se intersecan en $(4, 1)$.

2. Inventa ecuaciones para tres rectas cuyos puntos de intersección forman un triángulo que tiene sus vértices en $(-4, 0)$, $(2, 9)$ y $(6, 5)$.

Resumen de la lección 12

Una diseñadora de vestuarios necesita hilo plateado y dorado para los trajes de una obra de teatro escolar. Ella necesita 240 yardas en total. En una tienda donde venden hilos por yardas, una yarda de hilo plateado cuesta \$0.04 y una yarda de hilo dorado cuesta \$0.07. La diseñadora tiene \$15 para gastarlos en hilo.

Si la diseñadora va a comprar exactamente lo que necesita y a gastar todo su presupuesto, ¿cuántas yardas de hilo debería comprar de cada color?

En esta situación hay dos cantidades y dos restricciones: longitud y costo. Responder la pregunta significa encontrar un par de valores que cumplan simultáneamente ambas restricciones. Para hacerlo, podemos escribir dos ecuaciones y hacer sus gráficas en el mismo plano de coordenadas.

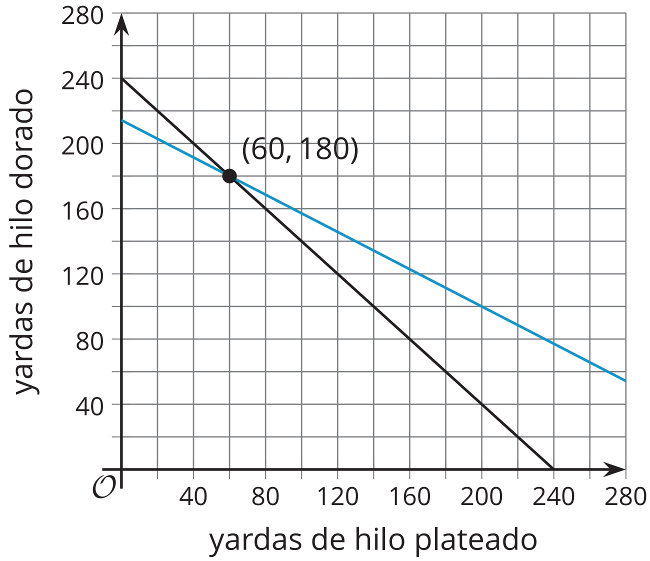
Llamemos x a las yardas de hilo plateado y llamemos y a las yardas de hilo dorado.

- La restricción sobre la longitud: $x + y = 240$
- La restricción sobre el costo: $0.04x + 0.07y = 15$

Cada punto en la gráfica de $x + y = 240$ es un par de valores que cumplen la restricción de longitud.

Cada punto en la gráfica de $0.04x + 0.07y = 15$ es un par de valores que cumplen la restricción de costo.

El punto donde las dos gráficas se intersecan da el par de valores que cumplen *ambas* restricciones.



El punto es $(60, 180)$. Este representa 60 yardas de hilo plateado y 180 yardas de hilo dorado.

Si reemplazamos x por 60 y y por 180 en cada ecuación, encontramos que estos valores hacen que la ecuación sea verdadera. $(60, 180)$ es simultáneamente una solución de ambas ecuaciones.

$$\begin{aligned} x + y &= 240 \\ 60 + 180 &= 240 \\ 240 &= 240 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0.04x + 0.07y &= 15 \\ 0.04(60) + 0.07(180) &= 15 \\ 2.40 + 12.60 &= 15 \\ 15 &= 15 \end{aligned}$$

Dos o más ecuaciones que representan las restricciones de una misma situación forman un **sistema de ecuaciones**. A menudo se usa una llave “{” para indicar un sistema.

$$\begin{cases} x + y = 240 \\ 0.04x + 0.07y = 15 \end{cases}$$

La **solución de un sistema de ecuaciones** es un par de valores que hace que todas las ecuaciones del sistema sean verdaderas. Una manera de encontrar la solución de un sistema de ecuaciones consiste en graficar las ecuaciones.