Cómo evaluar un ejemplo de respuesta a una actividad de modelación

A Prompt and a Sample Response to Evaluate

¿A qué se refieren las personas cuando hablan de *modelar con matemáticas*? El siguiente es un enunciado que se aborda por modelación, junto con un ejemplo de una posible respuesta para que la analices y evalúes.

Enunciado:

Han y Jada son amigos y viven a 7 millas de distancia. Deciden encontrarse el sábado en algún punto en el camino entre sus casas. Cada uno saldrá de su casa a las 8 a.m. y se desplazará para encontrarse con el otro usando el mismo medio de transporte. Ellos quieren elegir un lugar de encuentro que les permita llegar al mismo tiempo. ¿Dónde podrían encontrarse?

Ejemplo de respuesta:

Supongamos que no tenemos que preocuparnos por demoras debido a semáforos o al tráfico. Para simplificar la situación, supongamos que cada uno se desplaza a una velocidad constante. Estos son rangos de velocidades realistas de algunas formas de movilizarnos:

- Caminar: 2.5 a 4 millas por hora
- Conducir un automóvil: 25 a 30 millas por hora
- Montar en bicicleta: 10 a 14 millas por hora

Como ambos usan el mismo medio de transporte irán casi a la misma velocidad y se encontrarán aproximadamente a mitad del camino entre sus casas. Por ejemplo, si ambos van en bicicleta y Han va a 11 mph (millas por hora) mientras que Jada va a 14 mph, esta es la forma de saber dónde se encontrarán:

Llamemos "h" a la distancia que Han recorre y "j" a la distancia que Jada recorre. Ambos se desplazan durante la misma cantidad de tiempo que llamaremos "t". Como Han va a 11 millas por hora, $\frac{h}{t}$ debe ser igual a 11. Como Jada va a 14 millas por hora, $\frac{j}{t}$ debe ser igual a 14. Podemos reordenar las ecuaciones para despejar t:

$\frac{h}{t} = 11$ se convierte en $t = \frac{h}{11}$.

$\frac{j}{t} = 14$ se convierte en $t = \frac{j}{14}$.

Ahora sabemos que $\frac{h}{11}$ y $\frac{j}{14}$ deben ser iguales ya que ambos son iguales a t, pero todavía tenemos dos incógnitas. Podemos usar más información para encontrar otra relación entre h y j. Por ejemplo, como Han y Jada viven a 7 millas de distancia, esto significa que la suma de

las distancias que ambos recorren debe ser 7 millas. Es decir, $h + j = 7$.

Ahora podemos despejar una de las variables y usar el método de sustitución para encontrar la otra:

$h = 7 - j$

$\frac{h}{11} = \frac{j}{14}$

$\frac{7-j}{11} = \frac{j}{14}$

$7 - j = 11\left(\frac{j}{14}\right)$

$7 - j = j\left(\frac{11}{14}\right)$

$7 = j\left(\frac{11}{14}\right) + j$

$7 = j\left(\frac{11}{14} + 1\right)$

$7 = j\left(\frac{25}{14}\right)$

$7 \cdot \left(\frac{14}{25}\right) = j$

Entonces $j = 3.92$.

Por lo tanto, Jada recorre 3.92 millas y esto significa que Han recorre $7 - 3.92 = 3.08$ millas. Como ambos iban casi a la misma velocidad, ellos se encuentran bastante cerca de la mitad del camino. Tiene sentido que Jada haya recorrido un poco más de distancia porque ella iba más rápido que Han.

Si las velocidades son muy distintas, entonces Han y Jada no se encontrarán cerca de la mitad del camino. Se encontrarán mucho más cerca de la casa de la persona que vaya más lento. Por ejemplo, si sus métodos de transporte son diferentes y Jada conduce su automóvil a una velocidad promedio de 28 mph mientras que Han va en bicicleta a 11 mph, entonces:

$\frac{h}{t} = 11$ se convierte en $t = \frac{h}{11}$

$\frac{j}{t} = 28$ se convierte en $t = \frac{j}{28}$

Así que $\frac{h}{11} = \frac{j}{28}$. Podemos hacer unos cálculos como los anteriores:

$h = 7 - j$

$\frac{h}{11} = \frac{j}{28}$

$\frac{7-j}{11} = \frac{j}{28}$

$7 - j = 11\left(\frac{j}{28}\right)$

$7 - j = j\left(\frac{11}{28}\right)$

$7 = j\left(\frac{11}{28}\right) + j$

$7 = j\left(\frac{11}{28} + 1\right)$

$7 = j\left(\frac{39}{28}\right)$

$7 \cdot \left(\frac{28}{39}\right) = j$

En conclusión, Jada recorre 5.02 millas, lo cual significa que Han solo recorre 1.98 millas.

Fuentes de información:

1. https://en.wikipedia.org/wiki/Walking
2. https://www.geotab.com/gridlocked-cities/#
3. https://www.livestrong.com/article/486666-is-an-average-of-15-miles-per-hour-on-a-bike-good-for-a-beginner/