Proving the Triangle Congruence Theorems
Sentence Frames for Proofs

Transformations:

- Translate _____ from _____ to _____.
- Rotate _____ using _____ as the center by angle _____.
- Rotate _____ using _____ as the center so that _____ coincides with _____.
- Reflect _____ across _____.
- Reflect _____ across the perpendicular bisector of _____.
- Segments _____ and _____ are the same length so they are congruent. Therefore, there is a rigid motion that takes _____ to _____. Apply that rigid motion to _____.

Justifications:

- We know the image of _____ is congruent to _____ because rigid motions preserve measure.
- Points _____ and _____ coincide after translating because we defined our translation that way!
- Since points _____ and _____ are the same distance along the same ray from _____ they have to be in the same place.
- Rays _____ and _____ coincide after rotating because we defined our rotation that way!
- The image of _____ must be on ray _____ since both _____ and _____ are on the same side of _____ and make the same angle with it at _____.
- Points _____ and _____ coincide because they are both at the intersection of the same lines, and 2 distinct lines can only intersect in 1 place.
- _____ is the perpendicular bisector of the segment connecting _____ and _____, because the perpendicular bisector is determined by 2 points that are both equidistant from the endpoints of a segment.

Conclusion statement:

- We have shown that a rigid motion takes _____ to _____, _____ to _____, and _____ to _____, therefore triangle _____ is congruent to triangle _____.

CC BY NC 2024 Illustrative Mathematics®

What Do We Know For Sure About Isosceles Triangles?, Spanish

Kiran

Kiran: No sé cómo seguir con esta demostración.
Mai: ¿Qué estás tratando de demostrar?

Kiran: Estoy tratando de demostrar que los ángulos de la base de un triángulo isósceles son congruentes. En este caso, que el ángulo A es congruente al ángulo B.
Mai: Pensemos en qué ideas geométricas ya sabemos que son verdaderas.

Kiran: Sabemos que si dos parejas de lados correspondientes y los ángulos correspondientes entre esos lados son congruentes, entonces los triángulos deben ser congruentes.
Mai: Sí, y también sabemos que podemos usar reflexiones, rotaciones y traslaciones para demostrar congruencia y simetría... El triángulo isósceles que dibujaste me hace pensar en simetría. Si dibujas una línea por la mitad del triángulo, ¿podría ayudarnos a demostrar que los ángulos son iguales?
[Mai dibuja la línea de simetría del triángulo y marca con una Q la intersección de AB con la línea de simetría].

Kiran: Espera, cuando dibujaste la línea, el triángulo se partió en dos triángulos más pequeños. Me pregunto si puedo demostrar que esos triángulos son congruentes usando el teorema de congruencia lado-ángulo-lado.
Mai: Como es un triángulo isósceles, sabemos que una pareja de lados correspondientes es congruente. [Mai marca los lados congruentes].

Kiran: Y este segmento de la mitad es parte de ambos triángulos, así que debe tener la misma longitud en ambos casos. Mira.

[**Kiran dibuja** las dos mitades del triángulo isósceles e indica con marcas que los lados compartidos son congruentes].
Mai: Entonces, tenemos dos parejas de lados correspondientes que son congruentes. ¿Cómo sabemos que los ángulos entre ellos son congruentes?

Kiran: No estoy seguro. ¿Tendrá que ver con cómo dibujamos esa línea de simetría?

What Do We Know For Sure About Isosceles Triangles?, Spanish

Mai

Kiran: No sé cómo seguir con esta demostración.

Mai: ¿Qué estás tratando de demostrar?
Kiran: Estoy tratando de demostrar que los ángulos de la base de un triángulo isósceles son congruentes. En este caso, que el ángulo A es congruente al ángulo B.

Mai: Pensemos en qué ideas geométricas ya sabemos que son verdaderas.
Kiran: Sabemos que si dos parejas de lados correspondientes y los ángulos correspondientes entre esos lados son congruentes, entonces los triángulos deben ser congruentes.

Mai: Sí, y también sabemos que podemos usar reflexiones, rotaciones y traslaciones para demostrar congruencia y simetría... El triángulo isósceles que dibujaste me hace pensar en simetría. Si dibujas una línea por la mitad del triángulo, ¿podría ayudarnos a demostrar que los ángulos son iguales?

[**Mai dibuja** la línea de simetría del triángulo y marca con una Q la intersección de AB con la línea de simetría].
Kiran: Espera, cuando dibujaste la línea, el triángulo se partió en dos triángulos más pequeños. Me pregunto si puedo demostrar que esos triángulos son congruentes usando el teorema de congruencia lado-ángulo-lado.

Mai: Como es un triángulo isósceles, sabemos que una pareja de lados correspondientes es congruente. [Mai marca los lados congruentes].
Kiran: Y este segmento de la mitad es parte de ambos triángulos, así que debe tener la misma longitud en ambos casos. Mira.
[Kiran dibuja las dos mitades del triángulo isósceles e indica con marcas que los lados compartidos son congruentes].

Mai: Entonces, tenemos dos parejas de lados correspondientes que son congruentes. ¿Cómo sabemos que los ángulos entre ellos son congruentes?
Kiran: No estoy seguro. ¿Tendrá que ver con cómo dibujamos esa línea de simetría?