Funciones con valor absoluto (parte 2)

Investiguemos cómo pensar en la distancia como una función.

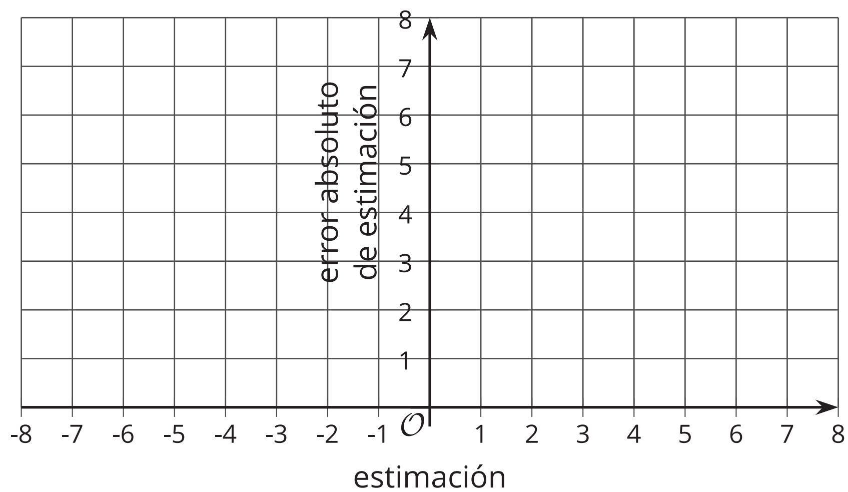
14.1 La temperatura en Toronto

Toronto es una ciudad de Canadá que queda cerca de la frontera con los Estados Unidos, justo al norte de Búfalo, Nueva York. Estas son doce estimaciones de la temperatura promedio de Toronto, en grados Celsius, en febrero de 2017.

5 2 -5 3 0 -1 1.5 4 -2.5 6 4 -0.5

1. La temperatura promedio real de Toronto en febrero de 2017 es 0 grados Celsius.

   Usa esta información para dibujar el diagrama de dispersión de las estimaciones, x, y los errores absolutos de estimación correspondientes, y.



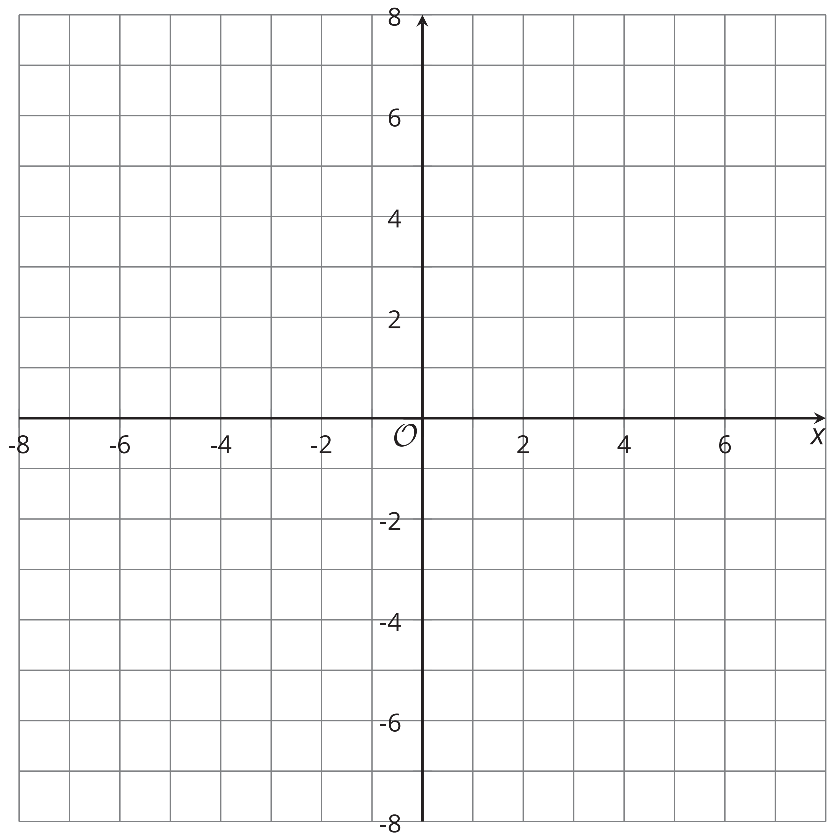
2. ¿Qué regla puedes escribir para encontrar la salida dada una entrada?

14.2 La función distancia

La función A da la distancia de x al 0 en la recta numérica.

1. Completa la tabla con al menos un valor posible en cada posición en blanco y dibuja la gráfica de la función A.

x	$A(x)$
8	
	5.6
π	
$\frac{1}{2}$	
	1
0	
$-\frac{1}{2}$	
-1	
-5.6	
	8



2. Andre y Elena tratan de escribir una regla para esta función.

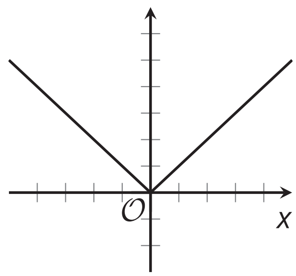
   - Andre escribe: $A(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$
   - Elena escribe: $A(x) = |x|$

   Explica por qué ambas ecuaciones representan correctamente la función A.

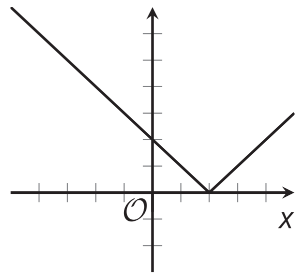
14.3 Cambiemos algunas gráficas de lugar

Estas ecuaciones y sus gráficas representan cinco **funciones con valor absoluto**.

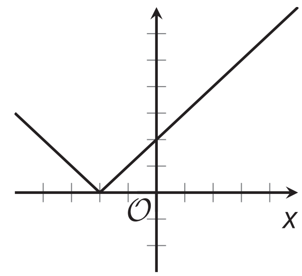
$f(x) = |x|$



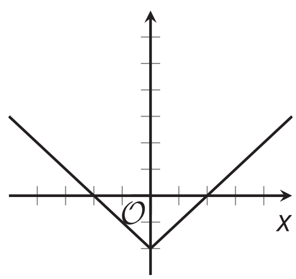
$g(x) = |x - 2|$



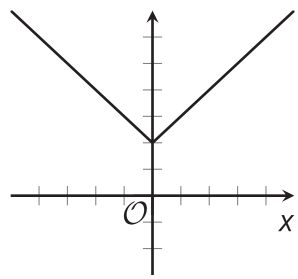
$h(x) = |x + 2|$



$j(x) = |x| - 2$



$k(x) = |x| + 2$



Observa que el número 2 aparece en las ecuaciones de las funciones g, h, j y k. Describe cómo la suma o resta del 2 influye en la gráfica de cada función.

Después, piensa en cómo explicarías la posición de cada gráfica. ¿Cómo puedes mostrar que en realidad debe estar en donde está en el plano de coordenadas?

¿Estás listo para más?

1. Marca el mínimo de cada gráfica de la actividad. Cada punto que marcaste representa el menor valor de salida de la función.

   En cada función, ¿qué valor de x da el mínimo valor de salida?

2. a. Otra función está dada por $m(x) = |x + 11.5|$. ¿Qué valor de x da el menor valor de salida de la función m? Prepárate para explicar cómo lo sabes.

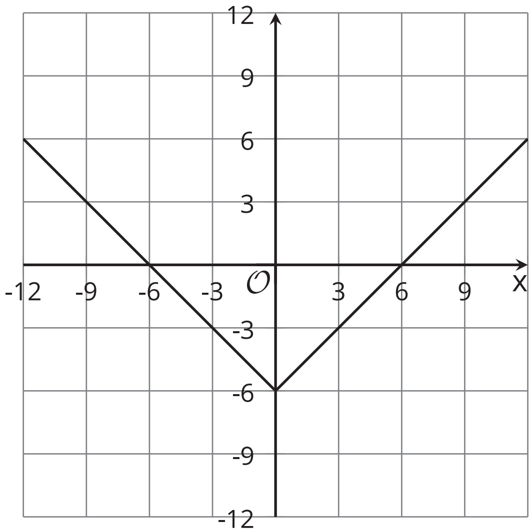
   b. Describe o dibuja la gráfica de m.

14.4 Sigamos cambiando gráficas de lugar

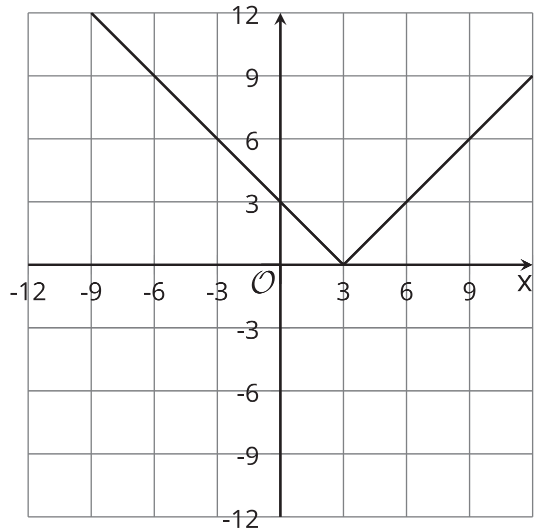
Estas son cinco ecuaciones y cuatro gráficas.

- Ecuación 1: $y = |x - 3|$
- Ecuación 2: $y = |x - 9| + 3$
- Ecuación 3: $y = |x| - 6$
- Ecuación 4: $y = |x + 3|$
- Ecuación 5: $y = |x + 3| - 6$

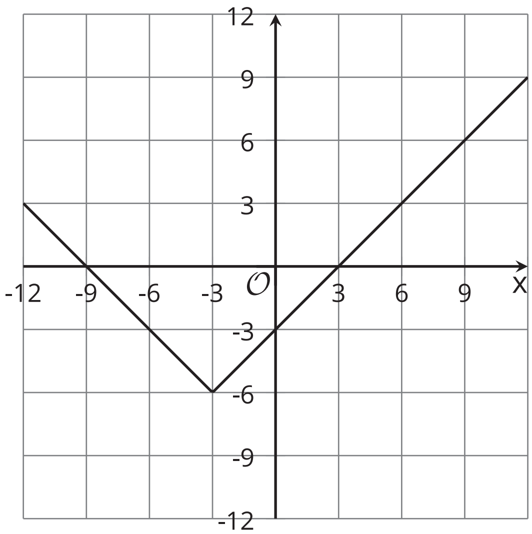
A



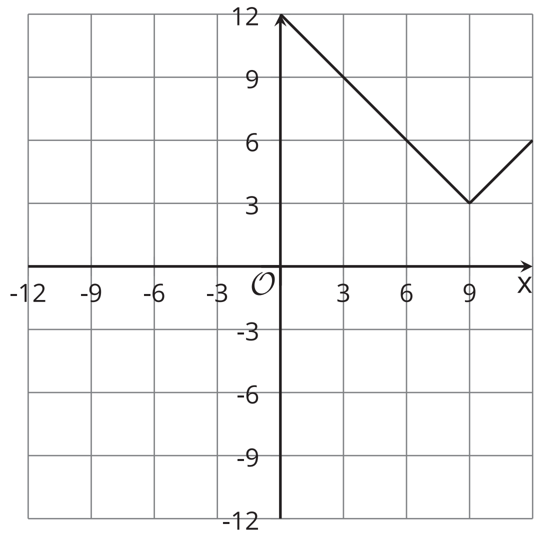
B



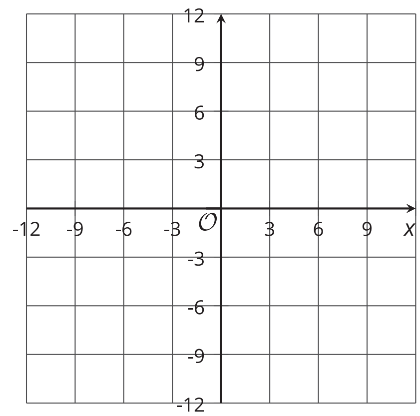
C



D



1. Empareja cada ecuación con la gráfica que la representa. Una de las ecuaciones no corresponde a ninguna gráfica.
2. Dibuja la gráfica de la ecuación que no emparejaste. Usa el plano de coordenadas que no tiene gráfica.
3. Revisa tus respuestas usando tecnología para graficar. Ajusta tus respuestas si lo necesitas.



Resumen de la lección 14

En un juego de estimar un número, cada estimación se puede ver cómo una entrada de una función y cada error absoluto de estimación se puede ver como una salida. Como el error absoluto de estimación nos dice qué tan lejos está la estimación del número objetivo, cada salida es una distancia.

Supongamos que el número objetivo es 0.

- Podemos encontrar la distancia de la estimación, x, al 0, calculando $x - 0$. Como la distancia no puede ser negativa, lo que queremos encontrar es $|x - 0|$, o simplemente $|x|$.
- Si la función f da la distancia de x al 0, la podemos definir con esta ecuación:

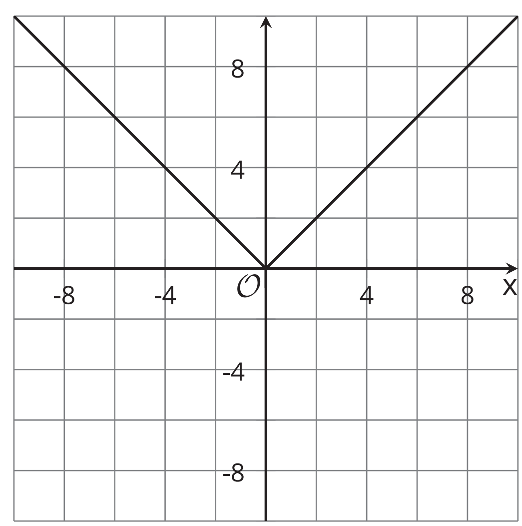
$$f(x) = |x|$$

La función f es la función **valor absoluto**. Nos da la distancia de x al 0, que se encuentra tomando el valor absoluto de x.

La gráfica de la función f tiene forma de *V*: está formada por dos rectas que se encuentran o convergen en $(0, 0)$.

Llamamos a este punto el **vértice** de la gráfica. Es el punto en el que la gráfica cambia de dirección (de bajar a subir, o viceversa).

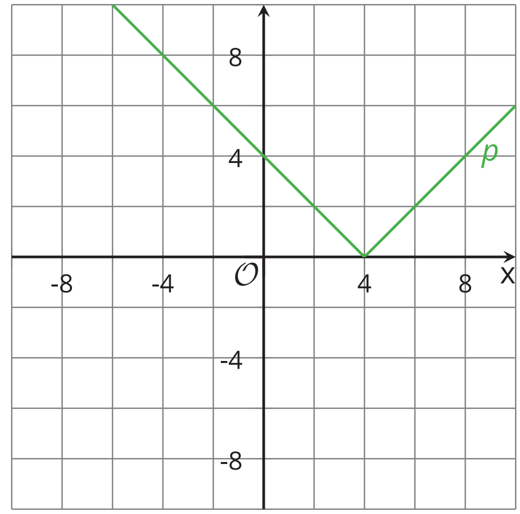
También podemos pensar en la función f como una *función definida a trozos* pues aplican reglas distintas cuando x es menor que 0 y cuando x es mayor que 0.



Supongamos que queremos encontrar la distancia entre x y 4.

- Podemos encontrar la diferencia entre x y 4 calculando $x - 4$. La distancia no puede ser negativa. Lo que queremos hallar es el valor absoluto de la diferencia: $|x - 4|$.
- Si la función p da la distancia de x al 4, podemos definirla con esta ecuación:

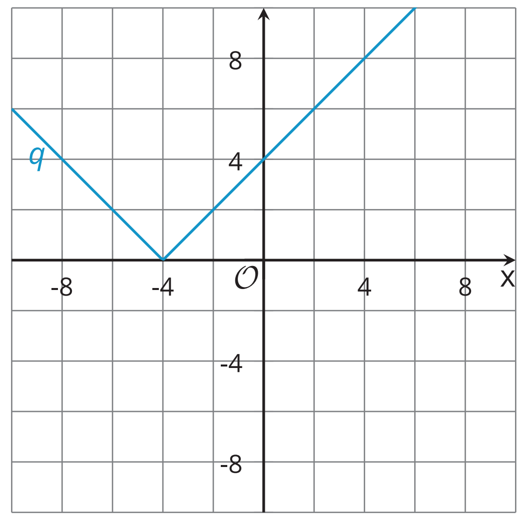
$$p(x) = |x - 4|$$



Ahora supongamos que queremos encontrar la distancia entre x y -4.

- Podemos encontrar la diferencia entre x y -4 calculando $x - (-4)$, que es igual a $x + 4$. La distancia no puede ser negativa, entonces tomamos el valor absoluto: $|x + 4|$.
- Si la función q da la distancia de x a -4, podemos definirla con esta ecuación:

$$q(x) = |x + 4|$$



Observa que las gráficas de p y q son como la de f, pero se desplazaron horizontalmente.